

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Numero di matricola: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

---

---

**Esercizi 1–6: 5 punti ciascuno.** Scrivere le risposte nei riquadri predisposti. Si tiene esclusivamente conto della risposta riportata. Non vengono assegnati punteggi parziali.

---

---

1. Si hanno a disposizione 1375 euro e si vogliono comprare due sostanze,  $A$  e  $B$ , in modo che la quantità di  $B$  sia pari a tre volte quella di  $A$ . Il prezzo di 100 grammi di  $A$  è 45 euro e quello di 100 grammi di  $B$  è 40 euro. Quante grammi di  $B$  si possono comprare ?

2. Per quale  $k$  la funzione  $f(x) = \frac{1}{5} e^{kx}$  è una funzione densità di probabilità su  $[0, +\infty)$  ?

3. Calcolare  $\int_0^1 (6x + 3) e^x dx$ .

4. Data la funzione  $f(x) = \frac{e^{3x} + 4}{5x}$ , calcolare  $f'(1)$ .

5. Quali valori di  $x$  soddisfano l'equazione  $\log_9(2x - 1) = \log_3 x$  ?

6. Calcolare  $(2 - 2i)^{10} / 2^{12}$ .

---

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1.  2.  3.  4.  5.  6.  Tot. p.1:

---

(continua)

---

---

**Esercizi 7–10: 10 punti ciascuno.** Per ogni esercizio risolto, barrare la corrispondente casella riportare il procedimento e la risposta finale su un foglio allegato (se la casella non è barrata, all'esercizio vengono assegnati zero punti). Possono essere assegnati punteggi parziali, tenendo conto sia del procedimento che della correttezza dei calcoli (se manca il procedimento, all'esercizio relativo vengono assegnati zero punti).

---

---

7. Si consideri la funzione

$$f(x) = x + \ln(x - 3).$$

- a) Specificare il dominio di  $f(x)$  e i limiti agli estremi del dominio.
- b) Dire dove la funzione è crescente e decrescente, e dove la concavità è rivolta verso l'alto e verso il basso.
- c) Ci sono estremi relativi? Ci sono punti di flesso?
- d) Tracciare il grafico di  $f(x)$ .

---

8. Determinare la famiglia di funzioni  $y(x)$  che risolvono l'equazione differenziale

$$y'(x) = 3y(x).$$

Tra le funzioni appartenenti alla famiglia precedentemente trovata, determinare quella che soddisfa la condizione  $y(0) = 1$ .

---

9. La popolazione di batteri di una data coltura ha crescita esponenziale. All'istante  $t = 0$ , la popolazione ha 2 000 individui e all'istante  $t = 3$  ne ha 4 000. A quale istante di tempo la popolazione raggiungerà le 48 000 unità ?

---

10. Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_1^e \frac{(\ln x)^3}{x} dx.$$

---

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 7.  8.  9.  10.  Tot. p.1:  Totale:

---