

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____ Firma: _____

Esercizi 1–6: 5 punti ciascuno. Scrivere le risposte nei riquadri predisposti. Si tiene esclusivamente conto della risposta riportata. Non vengono assegnati punteggi parziali.

1. Si vogliono comporre 150 kilogrammi di una miscela di due sostanze, A e B , in modo che il volume di A sia il doppio del volume di B . Il peso per unità di volume di A è di $1 [Kg/dm^3]$ (1 kilogrammo al decimetro cubo) e quello di B è di $3 [Kg/dm^3]$ (3 kilogrammi al decimetro cubo). Quanti decimetri cubi di A si devono utilizzare ?

2. Dire se il seguente integrale improprio esiste e, se esiste, calcolarne il valore:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{3^x} dx.$$

3. Data la funzione $f(x) = \ln(x^2 + 1)$, con $x \geq 0$, calcolare la derivata della sua inversa $f^{-1}(x)$ nel punto $x = 1$.

4. Dire se il sistema lineare

$$\begin{cases} 6x - 3y = 2 \\ -8x + 4y = -8/3 \end{cases}$$

ammette un'unica soluzione, infinite soluzioni o nessuna soluzione.

5. Quali valori di x soddisfano l'equazione $3^x = 9^{2x+1}$?

6. Calcolare

$$\sum_{n=2}^{+\infty} 3 \left(\frac{1}{4}\right)^n.$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4. 5. 6. Tot. p.1:

(continua)

Esercizi 7–10: 10 punti ciascuno. Per ogni esercizio risolto, barrare la corrispondente casella riportare il procedimento e la risposta finale su un foglio allegato (se la casella non è barrata, all'esercizio vengono assegnati zero punti). Possono essere assegnati punteggi parziali, tenendo conto sia del procedimento che della correttezza dei calcoli (se manca il procedimento, all'esercizio relativo vengono assegnati zero punti).

7. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{2x} + \frac{x^2}{4}.$$

- Specificare il dominio di $f(x)$ e i limiti agli estremi del dominio.
- Precisare le coordinate degli eventuali punti di massimo e minimo relativo e degli eventuali punti di flesso.
- Dire dove la funzione è crescente e decrescente, dove la concavità è rivolta verso l'alto e verso il basso.
- Tracciare il grafico di $f(x)$.

8. Per quale valore di k la funzione $f(x) = \frac{1}{15}(x+k)$ è una funzione densità di probabilità sull'intervallo $[2, 6]$?

In corrispondenza di tale valore k , calcolare la media di una variabile aleatoria X la cui densità di probabilità su $[2, 6]$ è la funzione $f(x)$. Calcolare inoltre la probabilità relativa all'intervallo $[2, 3]$.

9. Il tempo di dimezzamento di una certa sostanza è 1800 anni. Calcolare la percentuale di tale sostanza ancora presente dopo 100 anni.

10. Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_0^{+\infty} \frac{6x+3}{e^{x^2+x}} dx.$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 7. 8. 9. 10. Tot. p.1: Totale:
