

Vero o falso

1. f continua in $(0, 1)$ allora f derivabile in $x_0 = 0.3$. V F
2. f derivabile in $(0, 1)$ allora f continua in $x_0 = 0.3$. V F
3. f integrabile in $(0, 1)$ allora f derivabile in $(0, 1)$. V F
4. f continua in $[0, 1]$ allora f integrabile in $(0, 1)$. V F
5. f derivabile in $(0, 1)$ allora f integrabile in $(1/3, 2/3)$. V F
6. f derivabile in $x_0 = 0.3$ allora f continua in $(0, 1)$. V F
- * 7. $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ crescente allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. V F
8. $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ pari tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ allora $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. V F
9. Se f è continua in c e $l = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ allora $f(c) = l$. V F
10. Se $l = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ allora $l = \lim_{x \rightarrow c} f(x)$. V F
- * 11. Se $l = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ allora $f(c) = l$. V F
- * 12. Se $f(c) = l$ allora $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = l$. V F
13. f continua in $(0, 1)$ allora f limitata. V F
14. Sia $f(x) = 1/x^3$ allora $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ converge. V F
15. Sia $f(x) = 1/x^3$ allora $\int_0^2 f(x) dx$ converge. V F
16. Sia $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ continua. Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in (0, +\infty)$ allora $\int_0^{+\infty} f(x) dx = +\infty$. V F
- * 17. Sia $f(x) = -1$ se $x \leq 0$ e $f(x) = 1$ se $x > 0$. Esiste $c \in (-1, 1)$ tale che $2f(c) = \int_{-1}^1 f(x) dx$. V F
- * 18. Esiste $c \in (0, 3)$ tale che $3f(c) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$. V F
19. Se f non è derivabile in x_0 allora è discontinua in x_0 . V F
20. Siano $f(x) = 2\sqrt{x}$ e $g(x) = 1/(x^3 - 1)$. Allora $f(g(x)) = 2/\sqrt{x^3 - 1}$. V F
21. Siano $f(x) = 1/(x+2)$ e $g(x)$ tali che $f(g(x)) = x/(3+4x)$. Allora $g(x) = 1/x$. V F

Risposte multiple

Una sola risposta delle quattro è corretta.

1. Sia f continua in $[1, 2]$ e derivabile in $(1, 2)$ con $f(1) = 3$ e $f(2) = 6$. Allora esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che **a** $f'(c) = 2/3$ **b** $f'(c) = 3/2$ **c** $f'(c) = 2$ **d** $f'(c) = 3$.
2. Sia f continua in $[-1, 1]$ e derivabile in $(-1, 1)$ tale che $f(-1) = 1$ e $f(1) = -1$. Allora **a** esiste $c \in (-1, 1)$ tale che $f'(c) = 1$ **b** esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che $f'(c) = -1$ **c** per ogni $c \in (-1, 1)$ si ha $f'(c) \neq 0$ **d** per ogni $c \in (-1, 1)$ si ha $f'(c) = -1$.
3. Sia f continua in $[-1, 1]$ e derivabile in $(-1, 1)$ e siano $f(-1) = 1$ e $f(1) = -1$. Allora **a** $f(0) = 0$ **b** f è dispari **c** esiste $c \in (-1, 1)$ tale che $f(c) = 0$ **d** esiste $c \in (-1, 1)$ tale che $f'(c) = 1$.
- * 4. Se $f'(x) = 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$ allora **a** $f(x) = 0$ per ogni x **b** f è dispari **c** f è pari **d** f è (strettamente) crescente.
- * 5. Sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e tale che $f'(x) > 0$ per ogni $x \in (0, 1)$. Allora f è **a** concava **b** integrabile **c** convessa **d** decrescente.
6. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ convessa con $f(a) = f(b) = 0$. Allora **a** $\int_a^b f(x) dx = 0$ **b** $\int_a^b f(x) dx \leq 0$ **c** $\int_a^b f(x) dx > 0$ **d** $\int_a^b f(x) dx = b - a$.
7. Se $f'(x_0) = 0$ allora x_0 è un punto **a** di minimo **b** di flesso **c** critico **d** di minimo o di massimo.
8. Sia $f(x) = |x - 1|$. Allora **a** f è continua in $(-5, 5)$ **b** f è derivabile in $(-5, 5)$ **c** $f'(x) = 1$ **d** $f(-1) = 0$.
9. Sia $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$. Allora **a** $\lim_{x \rightarrow 4} f^2(x) = 9$ **b** $\lim_{x \rightarrow 2} f^2(x) = \sqrt{3}$ **c** $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{f(x)}$ non esiste **d** nessuna delle precedenti.
10. Sia $f(x) = x$ e sia $c \in \mathbf{R}$ tale che $4f(c) = \int_0^4 f(x) dx$. Allora **a** $c = 0$ **b** $c = 1$ **c** $c = 2$ **d** $c = 3$.
- * 11. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua con $f(a) = f(b) = 1$. Allora **a** esiste $c \in (a, b)$ tale che $f(c) = 1$ **b** esiste $c \in (a, b)$ tale che $f'(c) = 0$ **c** esiste $c \in (a, b)$ tale che $f(c) > 1$ **d** f è integrabile in (a, b) .
12. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ crescente con $f(a) > 0$. Allora **a** $f(b) < 0$ **b** $f(b) < f(a)$ **c** $f(b) - f(a) > 0$ **d** $f(b) + f(a) = 0$.
13. Sia f continua in $[a, b]$. Allora **a** esiste $c \in [a, b]$ tale che $f(c) \leq f(x)$ per ogni $x \in (a, b)$ **b** esiste $c \in (a, b)$ in cui f non è derivabile **c** f è invertibile **d** nessuna delle precedenti.

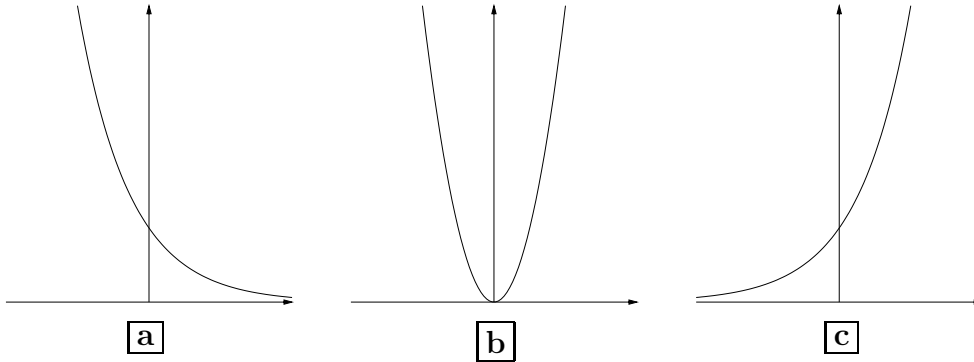
14. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ e x_m un punto di minimo assoluto. Allora **a** f è derivabile in x_m e $f'(x_m) = 0$ **b** f non è derivabile in x_m **c** f è continua in x_m **d** $f(x_m) \leq f(0)$.
15. Sia $f : (1, 5) \rightarrow \mathbf{R}$ continua. Allora **a** f è integrabile in $(1, 5)$ **b** f è integrabile in $(2, 4)$ **c** f è integrabile in $(1, 4)$ **d** nessuna delle precedenti.
- * 16. Sia $f : (2, 6) \rightarrow \mathbf{R}$ continua e crescente. Allora **a** f è integrabile in $(2, 6)$ **b** f è invertibile **c** f è limitata **d** f ha un massimo e un minimo in $(2, 6)$.
- * 17. Si consideri un sistema lineare con matrice di coefficienti

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Allora il sistema **a** ammette una e una sola soluzione **b** ammette ∞ soluzioni **c** non ammette nessuna soluzione **d** nessuna delle precedenti.

Grafici qualitativi

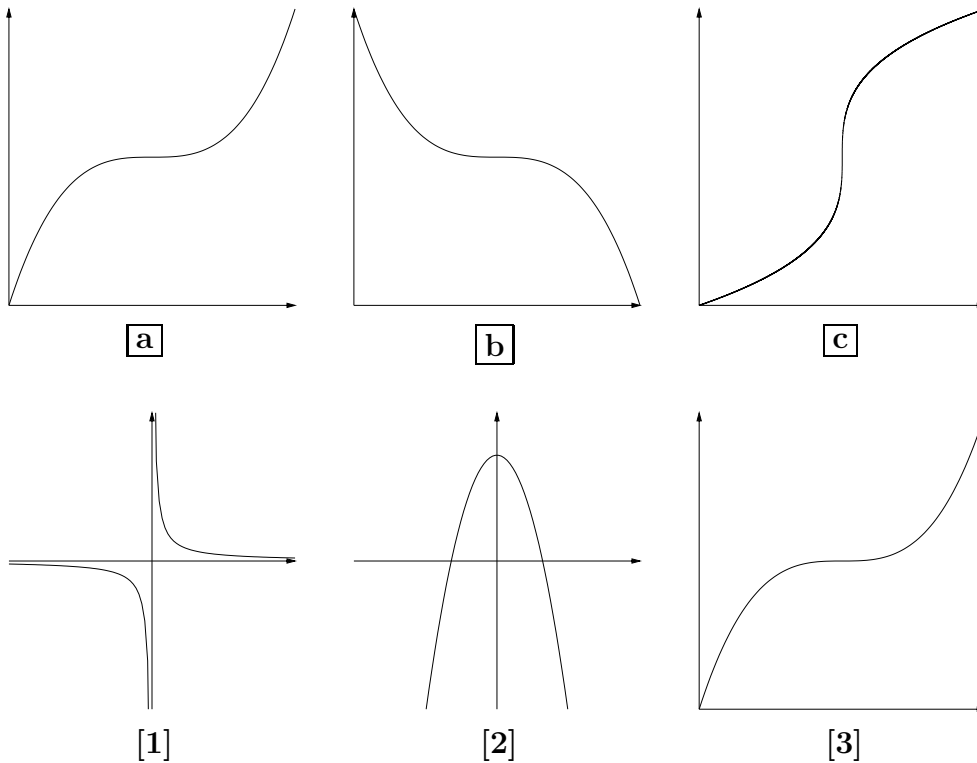
1. Qual è tra e seguenti il grafico della funzione $f(x) = 2^{-x}$.

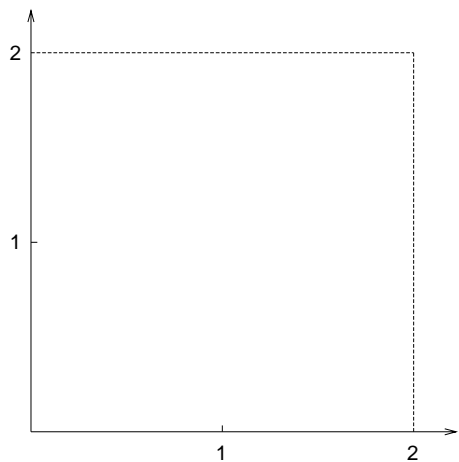


2. La figura [1] (a fondo pagina) è il grafico di una funzione **a** invertibile e pari **b** invertibile e dispari **c** non invertibile e pari **d** non invertibile e dispari.

3. La figura [2] (a fondo pagina) è il grafico di **a** $f(x) = x^2 - 3$ **b** $f(x) = -x^2 - 3$ **c** $f(x) = x^2 + 3$ $f(x) = -x^2 + 3$.

4. La figura [3] (a fondo pagina) è il grafico dell' inversa di





5. Sia $f : [0, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = x^4/8$. Trovare la sua inversa f^{-1} . Tracciare (nel riquadro sopra) un grafico qualitativo della funzione f e della sua inversa f^{-1} .
6. Sia $g : [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 1 - x & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \\ x - 3 & \text{se } 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Tracciarne un grafico e determinare l'immagine, gli intervalli di crescita e decrescenza, i punti di minimo e di massimo (relativo e assoluto), i punti di discontinuità, i punti di non derivabilità.