
Analisi Matematica (Biotecnologie) – 25/02/2010

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____

Firma: _____

Tempo a disposizione: *2h:30*

Punteggi: *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti.*

Esercizi 1-4 e 8. *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Esercizi 5-7. *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

Esercizi 9-11. *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4. 5-7. 8-11. Totale.

1. Determinare il parametro $k \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x < -1 \\ |x| + k & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 2 & \text{se } x > 1, \end{cases}$$

sia continua in tutto \mathbb{R} .

2. Siano $f(x) = \sin(x)$, $g(x) = x^2$ e $h(x) = g(f(x))$. Calcolare la derivata di h nel punto $x_0 = \pi/4$.

3. Risolvere l'equazione logaritmica $\log_3(1 + 3x^2) = 2$. (Scrivere le soluzioni con tre cifre decimali).

4. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 10. \end{cases}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4.

Tot.

5. Data la funzione

$$f(x) = \ln \left(\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \right)$$

- a) precisare il dominio e discutere il segno;
- b) dire se è pari, dispari e calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) dire in quali intervalli è crescente e decrescente e calcolarne gli eventuali estremi relativi;
- d) dire in quali intervalli è concava e convessa (concavità verso il basso o verso l'alto), specificando gli eventuali punti di flesso;
- e) tracciarne il grafico.

6. Nel periodo 1900 – 1950 la popolazione di Lampedusa e Linosa è cresciuta esponenzialmente. Sapendo che gli abitanti erano 2204 nel 1900 e 4458 nel 1950 calcolare il numero di abitanti nel 1925.

7. Rappresentare in scala loglog (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni

$$y = 3x^2 \quad y = 9x^4.$$

Dire inoltre qual è la funzione $y = f(x)$ il cui grafico in scala loglog (in base 10) è la retta $z = 3w - 2$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5. 6. 7.

Tot.

8. Abbiamo 3 litri di soluzione al 15% e vogliamo diluirla al 10%. Quanto solvente dobbiamo aggiungere? (Si consideri il caso in cui si conservino tutti i volumi).

9. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescente. Allora

- a f^2 è strettamente crescente b f non può essere pari
 c f è derivabile d $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

10. Stabilire la risposta corretta

$$\int_1^2 \frac{2x}{1+x^2} dx = \begin{cases} 2(\ln 5 - \ln 2) & \text{a} \\ \ln 5 & \text{b} \\ \ln(5/2) & \text{c} \\ \ln(2/5) & \text{d} \end{cases}$$

11. Sia $f(x) = x^2$ e sia F una primitiva di f . Allora

- a $F(0) = 0$ b F è continua
 c F è decrescente d F è pari.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8. 9. 10. 11.

Tot.