
Analisi Matematica (Biotecnologie) – 14/06/2010

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____

Firma: _____

Tempo a disposizione: *2h:30*

Punteggi: *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti.*

Esercizi 1-4 e 8. *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Esercizi 5-7. *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

Esercizi 9-11. *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4. 5-7. 8-11. Totale.

1. Dire quali valori reali di x soddisfano la disequazione

$$16^{3x+2} \geq 4^x .$$

2. Determinare l'equazione della retta tangente alla curva

$$y = \frac{x}{x^2 + 1}$$

nel suo punto di ascissa $x_0 = \sqrt{2}$.

3. Rappresentare nella forma $a + ib$ il numero complesso

$$\frac{i}{2 + 3i} .$$

4. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 5y = 3 \\ y(2) = 1 . \end{cases}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4.

Tot.

5. Data la funzione

$$f(x) = x e^{-(2x+1)}$$

- a) precisare il dominio e discutere il segno;
- b) dire se è pari, dispari e calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) dire in quali intervalli è crescente e decrescente e calcolarne gli eventuali estremi relativi;
- d) dire in quali intervalli è concava e convessa (concavità verso il basso o verso l'alto), specificando gli eventuali punti di flesso;
- e) tracciarne il grafico.

6. Una popolazione ha crescita esponenziale. Sapendo che essa aumenta di $1/3$ in 3 anni e che il numero dei suoi individui all'istante iniziale è 600 000, calcolare il numero dei suoi individui dopo 5 anni.

7. Rappresentare in scala semilogy (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni

$$y = 2 \cdot 10^{3x} \quad y = 3 \cdot 10^{6x} .$$

Dire inoltre qual è la funzione $y = f(x)$ il cui grafico in scala semilogy (in base 10) è la retta $z = 5x - 1$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5. 6. 7.

Tot.

8. Una popolazione è composta per il 55% da donne e per il 45% da uomini. Il 17% delle donne e il 30% degli uomini sono fumatori. Calcolare la percentuale di fumatori rispetto al totale della popolazione.

9. Sia

$$f(x) = \frac{x^{2\lambda} + x + 1}{x^6 + 2},$$

dove λ è un numero naturale. Se $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, allora

- a $\lambda = 3$ b $\lambda \geq 3$ c $\lambda < 3$ d $\lambda > 3$.

10. Sia

$$f(x) = \begin{cases} 2^{\lambda x} & \text{se } x \leq 1 \\ 3 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Per quale valore di $\lambda \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua?

- a $\lambda = \frac{\ln 3}{\ln 2}$ b $\lambda = \log_3 2$ c $\lambda = \ln 3$ d $\lambda = 3$.

11. Siano $a, b \in \mathbb{R}$. Barrare l'affermazione corretta.

- a f integrabile in $(a, b) \Rightarrow f$ limitata in (a, b)
 b f limitata in $(a, b) \Rightarrow f$ integrabile in (a, b)
 c f continua in $[a, b] \Rightarrow f$ integrabile in (a, b)
 d f integrabile in $(a, b) \Rightarrow f$ continua in (a, b) .

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8. 9. 10. 11.

Tot.
