

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE  
**Esame di Fisica Matematica**  
 13 giugno 2014

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

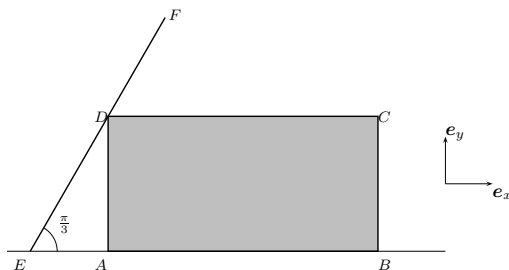
1. Sia assegnata l'equazione

$$\mathbf{x} \wedge (5\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z) = \mathbf{b}.$$

Trovare quale tra i seguenti valori di  $\mathbf{b}$  ne consente la risoluzione:  $\mathbf{b}_1 = 2\mathbf{e}_x - 5\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z$ ;  $\mathbf{b}_2 = 2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y - 5\mathbf{e}_z$ ;  $\mathbf{b}_3 = -2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z$  (**2 punti**). In corrispondenza, trovare tutte le soluzioni dell'equazione proposta (**3 punti**)

2. Un sistema è formato da: I) 5 corpi rigidi liberi di muoversi nello spazio; II) 4 corpi rigidi liberi di ruotare attorno ad un proprio punto fisso. Ciascuno di questi corpi rigidi possiede 3 punti materiali liberi di muoversi restando sulla sua superficie; III) 3 dischi liberi di muoversi restando in uno stesso piano fisso. Determinare il numero totale di gradi di libertà del sistema. (**6 punti**)

3. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo  $ABCD$  di massa  $6m$  e lati di lunghezza  $AB = 4\ell$  ed  $AD = 2\ell$  e da un'asta  $EF$  di massa  $8m$  e lunghezza  $4\ell$ , con l'estremo  $E$  appoggiato sulla stessa retta orizzontale su cui poggia  $AB$ , inclinata di  $\pi/3$  sull'orizzontale ed appoggiata sul vertice  $D$  del rettangolo. Determinare le coordinate del centro di massa del corpo rispetto al punto  $A$ , riferite alla base  $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$



(**2 punti**); la matrice di inerzia del corpo rispetto al punto  $A$  precisando, per ogni elemento di matrice, i contributi del rettangolo (**3 punti**) e dell'asta (**6 punti**).

4. In un piano verticale, un disco omogeneo di centro  $C$ , raggio  $R$  e massa  $2m$  rotola senza strisciare su una guida orizzontale  $r$ . Un punto materiale  $P$  di massa  $3m$  è libero di muoversi senza attrito lungo una guida fissa circolare di raggio  $R$  il cui centro  $O$  si trova a distanza  $4R$  da  $r$ . Il punto è attratto verso  $C$  da una molla ideale di costante elastica  $mg/R$ . Introdotte le coordinate  $x$  e  $\vartheta$  indicate in figura, determinare l'energia cinetica del sistema (**3** punti) e l'energia potenziale (**3** punti). Determinare le configurazioni di equilibrio, studiandone la stabilità (**3** punti). Trovare le pulsazioni delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile (**3** punti).

