

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE  
**Esame di Fisica Matematica**  
 14 luglio 2016

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

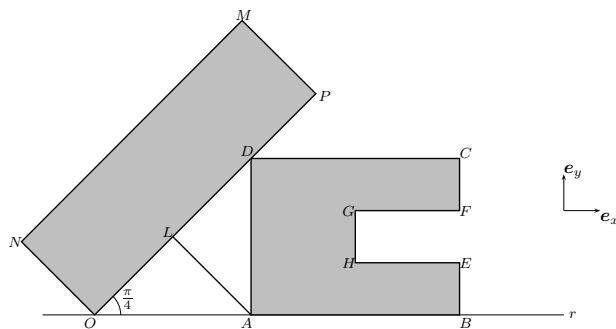
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (-3, 2, -1), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 2, 3), \\ \mathbf{v}_3 = -3\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 1, 2) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** pt.); momento risultante rispetto ad  $O$  (**3** pt.); il trinomio invariante (**1** pt.); l'equazione dell'asse centrale (**2** pt.).

2. Un corpo rigido piano è formato da: un rettangolo  $ABCD$  di massa  $6m$ , lati  $AB = 4\ell$  e  $BC = 3\ell$ , da cui viene asportato un rettangolo  $EFGH$  i cui lati  $EF = \ell$  ed  $FG = 2\ell$  sono paralleli a quelli di  $ABCD$ , con  $BE = FC = \ell$ ; da un rettangolo  $MNOP$  di massa  $3m$  e lati  $OP = 6\ell$  e  $ON = 2\ell$ , con il lato  $OP$  inclinato rispetto alla retta orizzontale  $r$  su cui poggiano sia  $O$  che il lato  $AB$  di un angolo  $\frac{\pi}{4}$ ; dall'asta  $AL$ , ortogonale ad  $OP$ , di lunghezza  $\frac{3}{2}\sqrt{2}\ell$  e massa  $2m$ . Determinare gli elementi  $I_{xx}$  ed  $I_{xy}$  della matrice di



inerzia del corpo rispetto al punto  $O$ , specificando i contributi del rettangolo forato, di  $MNOP$  e dell'asta  $AL$  (**12** punti).

**3.** In un piano verticale, un filo omogeneo  $AB$  di peso specifico costante  $5p/R$  ha il tratto  $CD$  libero, mentre il tratto  $AD$  è appoggiato senza attrito ad una circonferenza di raggio  $R$  ed il tratto  $CB$  è appoggiato senza attrito su una seconda circonferenza, di raggio  $2R$ , avente il centro alla stessa quota della prima circonferenza. L'equilibrio è garantito da un peso  $2p$  applicato in  $A$  e da un'opportuna forza  $\mathbf{f} = -\gamma p \mathbf{e}_x$ , applicata in  $B$ . Infine, gli angoli al centro corrispondenti ai punti in cui il filo si stacca dai supporti in  $C$  e  $D$  sono, rispettivamente,  $\frac{\pi}{6}$  e  $\alpha$ , con  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ . Trovare il valore di  $\gamma$  compatibile con l'equilibrio nelle condizioni assegnate (**4** punti); scrivere l'equazione del profilo libero  $CD$  rispetto ad assi ortogonali  $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$  centrati nel vertice del tratto  $CD$  (**3** punti); determinare la lunghezza del filo  $AB$  (**4** punti).

