Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
***Esame di Fisica Matematica***
*22 giugno 2016*

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il propro Cognome e Nome.

**COGNOME** **NOME**

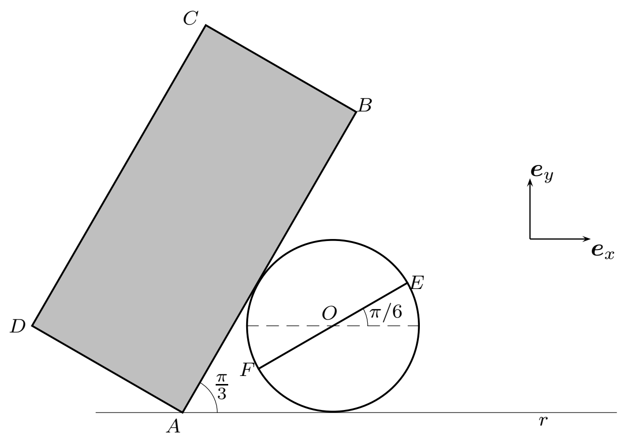
La ***prova*** consta di **3** Quesiti e durerà **2 *ore*** e **30 *minuti***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

**1.** *Assegnato il sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = -3\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,2,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x - 3\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-1,1,1), \\ \boldsymbol{v}_3 = 4\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,0,3) \end{cases}$$

*determinarne risultante (**1** punto) e momento risultante rispetto ad $O$ (**3** punti), trinomio invariante (**1** punto) ed equazione dell'asse centrale. (**2** punti)*

**2.** *Un corpo rigido piano è formato da un anello di massa $2m$ e raggio $R$; da un rettangolo $ABCD$ di massa $4m$ e lati $AB = 4R$ e $BC = 2R$, con il lato $AB$ inclinato rispetto alla retta orizzontale $r$ su cui poggia $A$ di un angolo $\frac{\pi}{3}$; dall'asta $EF$ avente punto medio nel centro $O$ del disco, lunghezza $2R$ e massa $2m$. Determinare gli elementi $I_{xy}$ ed $I_{yy}$ della matrice di inerzia del corpo rispetto al punto $A$, precisando*



*i contributi dell'anello, del rettangolo e dell'asta, rispetto alla base* $\{\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z\}$ *(**10** punti). Determinare il momento centrale di inerzia rispetto alla direzione della bisettrice dell'angolo che* $AB$ *forma con* $r$*. (**3** punti).*

**3.** *In un piano verticale, un disco omogeneo di raggio* $R$ *e massa* $\frac{m}{3}$ *è libero di rotolare senza strisciare lungo una guida orizzontale, mentre l'asta* $OA$ *di lunghezza* $2R$ *e massa* $2m$ *è libera di ruotare attorno all'estremo fisso* $O$*, situato ad un'altezza* $4R$ *rispetto all'orizzontale passante per il centro* $B$ *del disco. L'estremo* $A$ *dell'asta è attratto verso il centro* $B$ *del disco da una molla ideale, di costante elastica* $mg/R$*. Introdotte le coordinate* $x$ *e* $\vartheta$ *indicate in figura, determinare l'energia cinetica del sistema (**3** punti) e l'energia potenziale (**3** punti). Determinare le pulsazioni delle piccole oscillazioni intorno ad una configurazione di equilibrio stabile (**4** punti).*