Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Esame di Fisica Matematica
26 gennaio 2015

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il propro Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

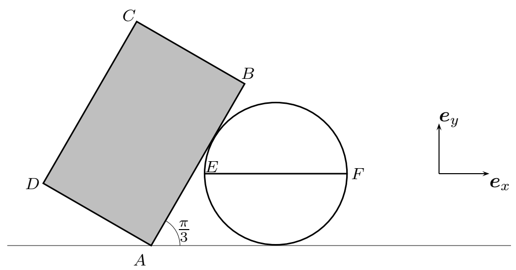
La ***prova*** consta di **3** Quesiti e durerà **2** ***ore*** e **30** ***minuti***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. *Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = -2\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y - 4\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (3,-1,1), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x - 3\boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1,4,2), \\ \boldsymbol{v}_3 = -\boldsymbol{e}_x - 6\boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0,2,3) \end{cases}$$

*il risultante (***1 punto***) ed il momento risultante (***3 punti***); il trinomio invariante (***1** *punto); l'equazione dell'asse centrale (***2** *punti).*

2. *Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo $ABCD$ di massa m e lati $AB = \frac{3}{2}\sqrt{3}R$ e $BC = R\sqrt{3}$, con il lato AB inclinato di $\frac{\pi}{3}$ rispetto all'orizzontale; da un anello di massa $2m$ e raggio R, tangente ad AB; da un'asta EF orizzontale di massa $3m$ e lunghezza $2R$ sovrapposta ad un diametro dell'anello. Determinare le coordinate del centro di massa del corpo rispetto al punto A, riferite alla base*



$\{\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y\}$ *(***4** *punti); la matrice di inerzia del corpo rispetto al punto A precisando, per ogni elemento di matrice, i contributi del rettangolo, dell'anello e dell'asta, rispetto alla base $\{\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z\}$ (***10 punti***).*

3. *In un piano verticale, un'asta omogenea AB di lunghezza $2R$ e massa trascurabile reca ai propri estremi due punti materiali A, di massa—m e B di massa $3m$—ed è libera di ruotare attorno al suo estremo A mobile a sua volta su di una circonferenza fissa, di raggio R. Inoltre, A è sollecitato da una molla ideale di* *costante elastica $2mg/R$ verso il punto H di massa nulla della retta tangente alla circonferenza nel punto di quota massima e che si mantiene sulla stessa verticale. Utilizzando come coordinate lagrangiane gli angoli ϑ e φ indicati in figura, determinare l'energia cinetica (**4** punti) e l'energia potenziale del sistema (**2** punti). Scrivere le equazioni di Lagrange (**2** punti). Calcolare $\ddot{\vartheta}(0)$ e $\ddot{\varphi}(0)$ sapendo che il sistema parte in quiete dalla configurazione in cui $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$ e $\varphi(0) = 0$. (**2** punti)*