

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE  
**Esame di Fisica Matematica**  
 27 gennaio 2014

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

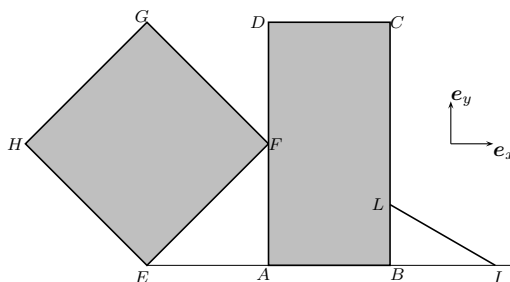
1. Sia assegnata l'equazione

$$\mathbf{x} \wedge (4\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z) = \mathbf{b}.$$

Trovare quale tra i seguenti valori di  $\mathbf{b}$  ne consente la risoluzione:  $\mathbf{b}_1 = \mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z$ ;  $\mathbf{b}_2 = 2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y - 4\mathbf{e}_z$ ;  $\mathbf{b}_3 = -\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z$  (1 punto). In corrispondenza, trovare tutte le soluzioni dell'equazione proposta (3 punti)

2. Un sistema è formato: I) 7 corpi rigidi, ciascuno dotato di punto fisso e liberi di ruotare nello spazio; II) 6 aste libere di muoversi in uno stesso piano; su ciascuna di esse è libero di muoversi un punto materiale; III) 9 dischi liberi di rotolare senza strisciare su guide fisse e ciascuno vincolato a restare in un piano fisso. Determinarne il numero totale di gradi di libertà. (6 punti)

3. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo  $ABCD$  di massa  $2m$  e lati  $AB = 2\ell$  ed  $AD = 4\ell$ , da un quadrato omogeneo  $EFGH$  di massa  $3m$  e lato di lunghezza  $2\sqrt{2}\ell$  con il vertice  $F$  saldato nel punto medio di  $AD$  e da un'asta  $IL$  di massa  $m$  e lunghezza  $2\ell$ , inclinata di  $\frac{\pi}{6}$  sull'orizzontale, con  $L$  saldato al lato  $BC$  del rettangolo. Il lato  $AB$  ed i punti  $E$  ed  $I$  giacciono sulla stessa retta orizzontale. Determinare le coordinate del centro di massa del corpo rispetto al punto  $A$ , riferite alla base  $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$



(2 punti); la matrice di inerzia del corpo rispetto al punto  $A$  precisando, per ogni elemento di matrice, i contributi del rettangolo, del quadrato e dell'asta, rispetto alla base  $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$  (10 punti). Determinare

$\tan 2\alpha$ , dove  $\alpha$  è l'angolo che la base principale del tensore di inerzia del corpo rigido rispetto ad  $A$  forma con la base  $\{e_x, e_y\}$  (**3** punti).

**4.** In un piano verticale, un filo omogeneo  $AB$  di peso specifico costante  $2p/R$  e lunghezza opportuna ha il tratto  $BC$  libero, mantenuto teso grazie ad una forza di intensità  $f$  che forma un angolo  $\alpha$  tale che  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  con l'orizzontale ed il tratto  $AB$  appoggiato senza attrito alla circonferenza di un disco di centro  $O$  e raggio  $R$  in modo che l'angolo che il raggio  $OC$  forma con l'orizzontale abbia ampiezza  $\alpha$ . Infine, l'equilibrio è garantito applicando in  $A$  un peso  $2p$ . Determinare la tensione in ogni punto  $P$  del tratto  $AB$  in funzione dell'angolo  $\vartheta$  (**2** punti); il valore di  $f$  che garantisce l'equilibrio (**2** punti); l'equazione del profilo libero  $BC$  rispetto ad assi ortogonali  $\{e_x, e_y\}$  centrati nel vertice del tratto  $BC$  (**3** punti); calcolare il dislivello tra i punti  $B$  e  $C$  (**3** punti).

