Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Esame di Fisica Matematica
5 settembre 2014

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il propro Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti e durerà **2 *ore*** e **30 *minuti***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

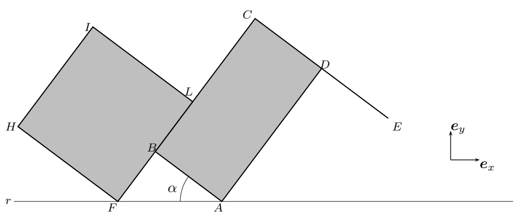
1. *Assegnato il sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 3\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_1 - O \equiv (1,2,-3), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y - 4\boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_2 - O \equiv (-1,3,2), \\ \boldsymbol{v}_3 = \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_3 - O \equiv (2,4,-1) \end{cases}$$

determinarne

1. risultante (**1** pt.);
2. momento risultante rispetto ad O (**3** pt.);
3. trinomio invariante (**1** pt.);
4. l'equazione dell'asse centrale (**2** pt.);

2. *Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo $ABCD$ di massa $5m$ e lati $AB = 2\ell$ e $AC = 4\ell$, con il lato AB che forma un angolo con la retta r, su cui poggia A, tale che $\cos\alpha = \frac{4}{5}$; da un quadrato $FLIH$ di massa $10m$ e lato di lunghezza 3ℓ, con F appoggiato su r ed FL sovrapposto in parte a BC; da un'asta DE, ortogonale ad AB, di massa $15m$, lunghezza 2ℓ. Determinare le coordinate del centro di massa del corpo*



*rispetto al punto A, riferite alla base $\{\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y\}$ (**2** punti); la matrice di inerzia del corpo rispetto al punto*

*A precisando, per ogni elemento di matrice, i contributi del rettangolo (**6** punti), del quadrato (**3** punti) e dell'asta (**3** punti), rispetto alla base $\{\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z\}$.*

3. *In un piano verticale vi sono due guide fisse, una a forma di semicirconferenza di centro O e raggio R, l'altra orizzontale e rettilinea, a distanza $2R$ da O. Sulla semicirconferenza è libero di muoversi senza attrito un punto P di massa m mentre sulla retta è libero di muoversi senza attrito un punto Q di massa $2m$. I punti P e Q si attraggono tramite una forza elastica di costante $k = 4mg/R$. Introdotte le coordinate ϑ ed x indicate in figura, determinare l'energia cinetica del sistema (**2** punti) e l'energia potenziale (**3** punti). Scrivere le equazioni di Lagrange (**4** punti) e determinare $\ddot{\vartheta}(0)$ e $\ddot{x}(0)$ se, all'istante $t = 0$ il sistema parte dalla quiete con $\vartheta(0) = \frac{\pi}{4}$ ed $x(0) = R$ (**4** punti).*