

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Esame di Fisica Matematica
21 febbraio 2014

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

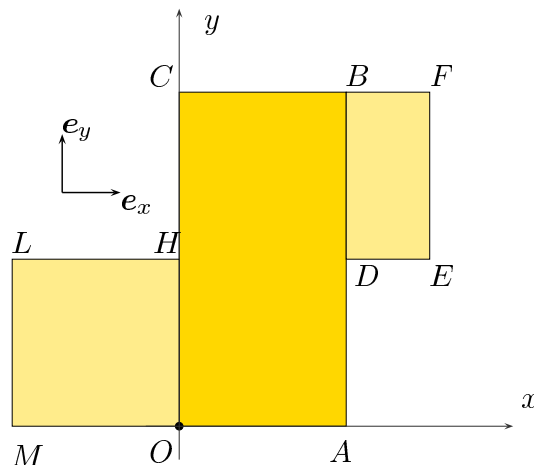
NOME

La *prova* consta di **2** esercizi e **2** domande, e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

Esercizi

1. Un corpo rigido piano è ottenuto unendo ad una lamina rettangolare omogenea $OABC$ di lati $OA = 2\ell$ e $AB = 4\ell$, e massa $4m$, una lamina rettangolare omogenea $BDEF$ di lati $BD = 2\ell$ e $BF = \ell$, e massa m , saldata lungo il lato AB , e una quadrata $OHLM$ di lato 2ℓ e massa $2m$, saldata con un lato lungo OC . Utilizzando il riferimento cartesiano ortogonale centrato in O , e con assi x ed y paralleli ad OA e OC , calcolare:

1. La posizione del baricentro G complessivo del corpo nel riferimento assegnato. **(2 punti)**
2. I momenti di inerzia I_{yy}^{OABC} , I_{yy}^{BDEF} , e I_{yy}^{OHLM} rispetto all'asse y delle lamine. **(4 punti)**
3. I momenti di inerzia I_{xx}^{OABC} , I_{xx}^{BDEF} , e I_{xx}^{OHLM} rispetto all'asse x delle lamine. **(4 punti)**
4. La matrice di inerzia complessiva $[I_O]$ del corpo rispetto al sistema assegnato. **(3 punti)**
5. Il momento di inerzia I_G^{zz} complessivo del corpo rispetto alla retta passante per il baricentro G ortogonale al piano xy . **(3 punti)**



2. In un piano verticale, un punto materiale Q di massa $2m$ può muoversi liberamente lungo una guida orizzontale passante per un punto O ; un secondo punto materiale P di massa $3m$ è vincolato a scorrere senza attrito lungo una guida circolare fissa, di raggio R , con diametro orizzontale e centro O' posto verticalmente sotto O a distanza $3R/2$ da esso. Una forza di richiamo elastica, di costante $k = \frac{mg}{R}$ attrae Q verso O ; una seconda forza di richiamo elastica, di costante $k_2 = \gamma \frac{mg}{R}$, attrae Q verso P . Usando come coordinate lagrangiane l'angolo ϑ che PO' forma con la verticale ascendente, contato positivamente in senso antiorario, e l'ascissa x di Q misurata da O , si determini:

1. l'energia cinetica $T(x, \vartheta, \dot{x}, \dot{\vartheta})$ del sistema; (2 punti)
2. il potenziale $U(x, \vartheta)$ del sistema; (3 punti)
3. la/e configurazioni di equilibrio del sistema; (3 punti)
4. la stabilità della/e configurazioni di equilibrio trovate al variare di γ ; (4 punti)
5. le equazioni di Lagrange per $\gamma = 2$. (3 punti)

