

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE  
**Esame di Fisica Matematica**  
 23 settembre 2013

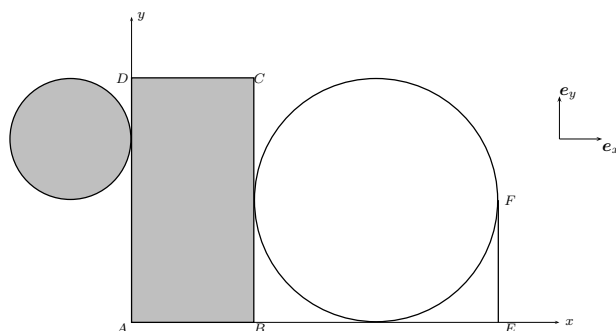
Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

**COGNOME**

**NOME**

La *prova* consta di **2** Esercizi e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo  $ABCD$  di massa  $2m$  e lati  $AB = 2\ell$  e  $AC = 4\ell$ ; da un disco di raggio  $\ell$  e massa  $m$ , tangente al rettangolo nel punto di  $AD$  distante  $\ell$  da  $A$ ; da un anello di raggio  $2\ell$  e massa  $3m$ , tangente al rettangolo ed all'asse delle ascisse; dall'asta  $EF$ , verticale, di lunghezza  $2\ell$  e massa  $4m$ , tangente all'anello. Si determinino:



1. le coordinate del centro di massa  $G$  del corpo rigido rispetto ad  $A$ ; (**2** punti)
2. i momenti di inerzia del rettangolo, del disco, dell'anello e dell'asta all'asse  $x$ ; (**6** punti)
3. i momenti di inerzia del rettangolo, del disco, dell'anello e dell'asta all'asse  $y$ ; (**6** punti)
4. la matrice di inerzia  $I_A$  rispetto al punto  $A$  del corpo rigido; (**3** punti)
5. il momento centrale di inerzia del corpo rigido nella direzione  $e_z$  (**3** punti).

2

2. In un piano verticale, un disco omogeneo di massa  $4m$  e raggio  $2\ell$  è libero di ruotare attorno ad un punto fisso  $O$  della sua circonferenza. Nel disco è praticata una scanalatura  $AB$  ortogonale al diametro passante per  $O$  entro cui è libero di scorrere senza attrito un punto materiale  $P$  di massa  $2m$ . Il punto  $P$  è attratto verso  $A$  da una molla ideale di costante elastica  $mg/\ell$  e verso  $B$  da un'altra molla ideale di costante elastica  $mg/\ell$ . Introdotta le coordinate  $s$  e  $\vartheta$  indicate in figura, determinare l'energia cinetica del sistema (**3** punti) e l'energia potenziale (**3** punti). Determinare le configurazioni di equilibrio studiandone la stabilità delle configurazioni di equilibrio (**4** punti). Scrivere le equazioni di Lagrange (**4** punti).

