

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 11 giugno 2011

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

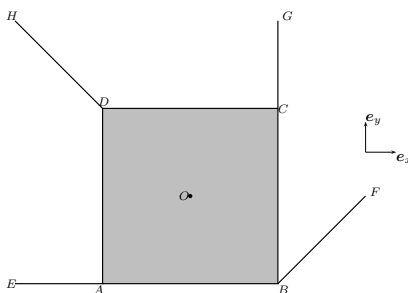
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, 1, -2), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 0, 1) \end{cases}$$

1. il risultante ed il momento risultante;
2. il trinomio invariante;
3. l'equazione dell'asse centrale. Determinare inoltre un altro sistema di vettori applicati, formato da due vettori, di cui uno applicato in $Q - O \equiv (1, 2, -1)$

2. Una lamina piana è formata da un quadrato $ABCD$, di massa $2m$ e lato 2ℓ e da quattro aste, disposte come in figura, con BF e DH inclinate di $\frac{\pi}{4}$ sull'orizzontale. Le aste AE e CG hanno entrambe massa m e lunghezza ℓ , mentre le altre due aste hanno ciascuna massa $3m$ e lunghezza $\ell\sqrt{2}$. Ad un certo istante $t = 0$



il corpo occupa la configurazione indicata in figura e la velocità di A è $\mathbf{v}_A = v_0(2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y)$ mentre quella di G è $\mathbf{v}_G = v_0(5\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$, dove v_0 è una velocità caratteristica.

1. Determinare la velocità angolare $\omega(0)$ del corpo all'istante $t = 0$;
2. trovare la velocità $v_O(0)$ del centro O del quadrato all'istante $t = 0$;
3. trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$ rispetto al punto O ;
4. determinare le coordinate del centro di massa della lamina rispetto al punto O ;
5. determinare il momento di inerzia della lamina rispetto all'asse passante per O e diretto lungo e_x ;
6. determinare il momento centrale di inerzia della lamina nella direzione e_y .

3. In un piano verticale, due aste AB e BC , di ugual massa m e ugual lunghezza 2ℓ sono incernierate tra loro nell'estremo comune B , mentre A è incernierato ad un punto fisso A di una guida r verticale, dove l'estremo C è libero di scorrere. Un punto P di massa $3m$ si muove senza attrito lungo il braccio BC ed è attratto verso A da una molla ideale di costante mg/ℓ . Introdotte le coordinate ϑ ed s indicate in figura, determinare l'energia cinetica e quella potenziale del sistema. Studiare la stabilità della configurazione di equilibrio con $\vartheta = 0$ e determinare le corrispondenti pulsazioni delle piccole oscillazioni.

