

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
 13 giugno 2014

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

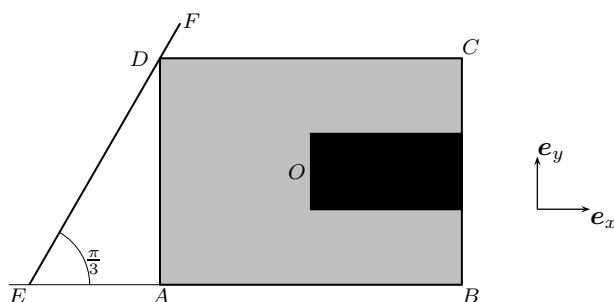
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, -2, 3), \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 2, -4), \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, -1, 1) \end{cases}$$

il risultante (**1 punto**) ed il momento risultante (**3 punti**); il trinomio invariante (**1 punto**); trovare un sistema, equivalente a quello assegnato, formato da due vettori applicati, di cui uno applicato in  $Q \equiv (1, 3, -2)$  (**3 punti**).

2. Un corpo rigido è formato da un rettangolo omogeneo di lati  $AB = 4\ell$ ,  $BC = 3\ell$  e di massa  $6m$  da cui viene asportato un altro rettangolo di lati  $2\ell$  ed  $\ell$  con un lato minore lungo  $BC$  ed equidistante da  $B$  e  $C$ . Al posto del rettangolo asportato ne viene collocato un altro, di massa  $2m$ . Il corpo è completato da un'asta omogenea  $EF$  di lunghezza  $4\ell$  e massa  $3m$ , inclinata di  $\pi/3$  sull'orizzontale, con  $E$  lungo il prolungamento di  $AB$  e saldata al rettangolo in  $D$ . All'istante  $t = 0$  il corpo occupa la configurazione indicata in figura e



la velocità di  $A$  è  $\mathbf{v}_A = 2v_0(4\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y)$  mentre quella di  $C$  è  $\mathbf{v}_C = 2v_0(\mathbf{e}_x + 7\mathbf{e}_y)$ , dove  $v_0$  è una velocità caratteristica.

1. Determinare la velocità angolare  $\omega(0)$  del corpo all'istante  $t = 0$ ;
2. trovare la velocità  $\mathbf{v}_O(0)$  del centro  $O$  del rettangolo  $t = 0$ ;
3. trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante  $t = 0$  rispetto al punto  $A$ ;
4. determinare il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse passante per  $A$ , diretto lungo la direzione  $\mathbf{n}$  di  $EF$ , specificando i contributi del rettangolo e dell'asta;
5. determinare il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione  $\mathbf{e}_y$ .

**3.** In un piano verticale un punto materiale di massa  $m$  è libero di muoversi senza attrito lungo una parabola di equazione  $y = x^2/2R$  ed è attratto verso il centro di un disco di massa  $3m$  e raggio  $R$  da una molla ideale di costante elastica  $2mg/R$ . Il disco è libero di rotolare senza strisciare su una guida fissa rettilinea posta a distanza  $3R$  dal vertice della parabola. Introdotta l'ascissa  $x$  di  $P$  e quella  $s$  del centro del disco determinare: l'espressione dell'energia cinetica totale  $T$  del sistema (**3** punti); l'espressione dell'energia potenziale totale  $V$  del sistema (**2** punti); scrivere le equazioni di Lagrange e, supponendo che all'istante  $t = 0$  il sistema parta dalla quiete con  $x(0) = R$  e  $s(0) = R/2$ , determinare il valore di  $\ddot{x}(0)$  e  $\ddot{s}(0)$ .

