

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
18 settembre 2015

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

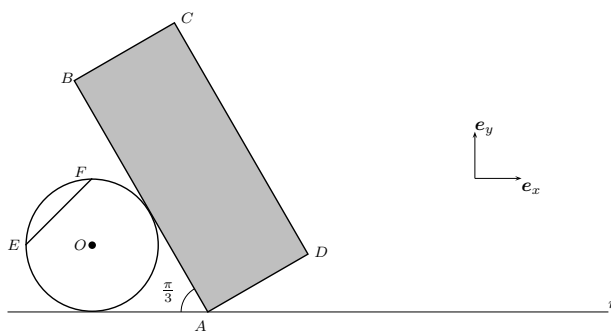
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (-2, 1, 3), \\ \mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (3, 1, -4), \\ \mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-1, 2, 3) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** pt.); momento risultante rispetto ad  $O$  (**3** pt.); il trinomio invariante (**1** pt.); ridurre il sistema ad un altro, ad esso equivalente, formato da due vettori, di cui uno applicato in  $Q - O \equiv (5, 1, 0)$  (**3** pt.).

2. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo  $ABCD$  di massa  $3m$  e lati  $AB = 4R$  e  $BC = \sqrt{3}R$ , con il lato  $AB$  inclinato di  $\frac{\pi}{3}$  rispetto alla retta orizzontale  $r$  su cui poggia  $A$ ; da un anello omogeneo di massa  $2m$  e raggio  $R$ , tangente sia al lato  $AB$  che alla retta  $r$ ; da un'asta  $EF$  di lunghezza  $R\sqrt{2}$  e massa  $m$ , con  $E$  sulla stessa orizzontale del centro  $O$  dell'anello; All'istante  $t = 0$  il corpo



occupa la configurazione indicata in figura e la velocità di  $A$  è  $\mathbf{v}_A = v_0[3\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y]$  mentre quella di  $O$  è  $\mathbf{v}_O = v_0[2\mathbf{e}_x + (1 - \sqrt{3})\mathbf{e}_y]$ , dove  $v_0$  è una velocità caratteristica.

1. Determinare la velocità angolare  $\omega(0)$  del corpo all'istante  $t = 0$  (1 punto);
2. trovare la velocità  $v_B(0)$  del vertice  $B$  del rettangolo all'istante  $t = 0$  (1 punto);
3. trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante  $t = 0$ , rispetto al punto  $A$  (2 punti);
4. determinare il momento di inerzia del corpo rispetto alla retta  $r$  (5 punti);
5. determinare il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione  $e_y$  (4 punti).

**3.** In un piano verticale un'asta omogenea  $OA$  di massa  $4m$  e lunghezza  $2\ell$  è libera di ruotare attorno al proprio estremo  $O$ , incernierato ad un punto fisso. Una seconda asta  $AB$  di massa  $2m$  e lunghezza  $2\ell$  è incernierata ad  $OA$  in  $A$ . Il punto  $A$  è attratto da una molla ideale di costante elastica  $\gamma mg/\ell$  verso un punto  $H$  di massa trascurabile, mobile sull'orizzontale passante per  $O$ , in modo che  $AH$  risulti sempre verticale. Introdotte le coordinate  $\vartheta$  e  $\varphi$  indicate in figura, determinare: l'energia cinetica  $T$  del sistema (3 punti); l'energia potenziale  $V$  del sistema (2 punti); la stabilità delle configurazioni di equilibrio al variare di  $\gamma$  (4 punti).

