

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
20 settembre 2012

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

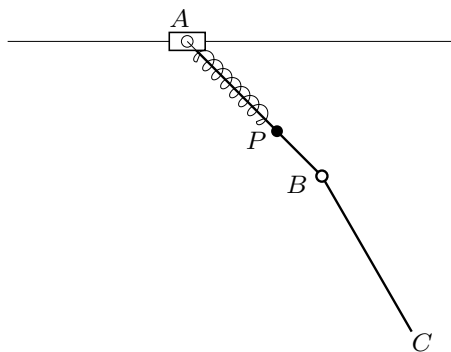
La *prova* consta di **4** esercizi e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 5\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, 1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 0, 3), \\ \mathbf{v}_3 = -4\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 5\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 4, 0) \end{cases}$$

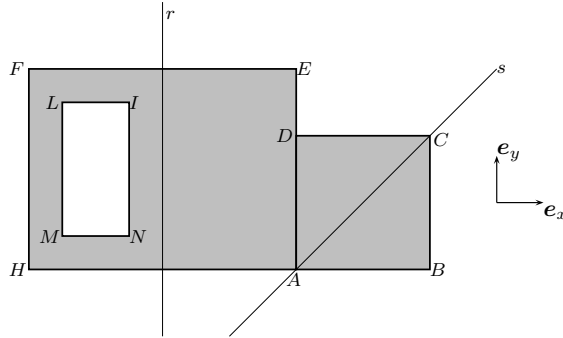
il risultante ed il momento risultante; il trinomio invariante e l'equazione dell'asse centrale. Determinare un altro sistema di vettori applicati, equivalente a quello proposto e formato da due soli vettori, di cui uno applicato in  $Q \equiv (1, -2, 3)$

2. Un'asta  $AB$  ha nell'estremo  $A$  una cerniera cilindrica mobile su una guida fissa  $r$ . Su di essa scorre un punto materiale  $P$ , attratto verso  $A$  da una molla mentre nell'estremo  $B$  è incernierata una seconda asta  $BC$ . Determinare il numero di gradi di libertà del sistema ed individuare un opportuno sistema di coordinate



lagrangiane.

3. Una lamina piana è formata da un quadrato  $ABCD$ , di massa  $2m$  e lato  $2\ell$  e da un rettangolo  $AEFH$ , dello stesso materiale, di lati  $AE = 3\ell$  e  $AH = 4\ell$ , da cui viene asportato un rettangolo  $ILMN$  i cui lati sono paralleli a quelli di  $AEFH$ , di lunghezza  $IL = \ell$  ed  $LM = 2\ell$ , disposto in modo che l'asse di  $LM$  coincida con quello di  $FH$  e con  $LM$  a distanza  $\ell/2$  da  $FH$ . Determinare le coordinate del centro di massa



$G$  della lamina rispetto al punto  $H$  e calcolare il momento di inerzia della lamina rispetto all'asse  $r$  passante per il punto medio del segmento  $AH$ . Infine, calcolare il momento di inerzia della lamina rispetto all'asse  $s$  contenente  $AC$ .

4. In un piano verticale, un disco omogeneo di massa  $2m$  e raggio  $R$  rotola senza strisciare su una guida orizzontale ed ha il centro  $C$  attratto da una molla ideale di costante elastica  $mg/R$  verso un punto  $O$  fisso, posto alla stessa quota di  $C$ . In  $C$  è incernierato l'estremo di un'asta  $AC$  omogenea, di massa  $m$  e lunghezza  $2R$  ed  $A$  è attratto da una molla ideale di costante elastica  $\delta mg/R$  verso un punto  $P$  mobile sulla guida  $r$  verticale passante per  $O$ , in modo che  $AP$  resti sempre orizzontale. Introdotte le coordinate lagrangiane  $x$  e  $\vartheta$ , determinare l'energia cinetica del sistema e l'energia potenziale delle forze attive. Determinare le configurazioni di equilibrio in funzione di  $\delta$ . Posto  $\delta = 1/2$  studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio e determinare le pulsazioni in un intorno della configurazione di equilibrio stabile.

