

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
21 febbraio 2014

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

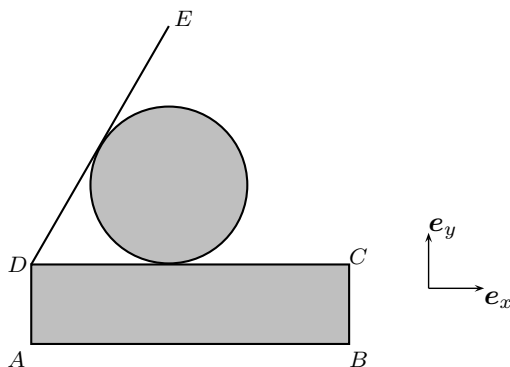
La *prova* consta di 3 Quesiti e durerà 2 ore e 30 minuti. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 3, 4), \\ \mathbf{v}_2 = 4\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, -2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x + 5\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (3, -3, 2) \end{cases}$$

il risultante (1 punto) ed il momento risultante (3 punti); il trinomio invariante (1 punto); l'equazione dell'asse centrale (2 punti).

2. Un corpo rigido è formato da un rettangolo omogeneo di massa $3m$ e lati $AB = 4\ell$ ed $AD = \ell$, da un disco di massa $2m$ e raggio ℓ , tangente esternamente al rettangolo lungo il lato CD e da un'asta DE di massa $2m$, lunghezza $2\ell\sqrt{3}$, tangente al disco nel suo punto medio ed inclinata di $\frac{\pi}{3}$ sull'orizzontale. All'istante $t = 0$ il



corpo occupa la configurazione indicata in figura e la velocità di A è $\mathbf{v}_A = 2v_0(3\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y)$ mentre quella di C è $\mathbf{v}_C = 2v_0(5\mathbf{e}_x - 9\mathbf{e}_y)$, dove v_0 è una velocità caratteristica. Determinare

1. la velocità angolare $\omega(0)$ del corpo all'istante $t = 0$ (**1 punto**);
2. la velocità del centro di massa del rettangolo all'istante $t = 0$ (**1 punto**);
3. la posizione, per via analitica, del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$ rispetto al punto A (**2 punti**);
4. le coordinate, rispetto ad A , del centro di massa del corpo (**2 punto**);
5. il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse passante per A , diretto lungo e_x (**4 punti**);
6. il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione dell'asta (**4 punti**).

3. In un piano verticale un quadrato omogeneo di massa m e lato 2ℓ trasla senza attrito lungo una guida fissa orizzontale, con il vertice A attratto verso un punto fisso O della guida da una molla ideale di costante elastica $4mg/\ell$. Nel quadrato è praticata una scanalatura semicircolare con diametro AB entro la quale può muoversi senza attrito un punto materiale P di massa $3m$ che è attratto verso la sommità della scanalatura da un'altra molla ideale di costante elastica $2mg/\ell$. Introdotte le coordinate x e ϑ indicate in Figura 2 determinare l'espressione dell'energia cinetica totale T del sistema (**2 punti**); l'espressione dell'energia potenziale totale V del sistema (**3 punti**); scrivere le equazioni di Lagrange del sistema (**4 punti**); determinare i valori di $\ddot{x}(0)$ e di $\ddot{\vartheta}(0)$ se il sistema parte in quiete all'istante $t = 0$ dalla configurazione in cui $x = \ell$ e $\vartheta = 0$ (**2 punti**).

