Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale

Prova scritta di Fisica Matematica

7 settembre 2020

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

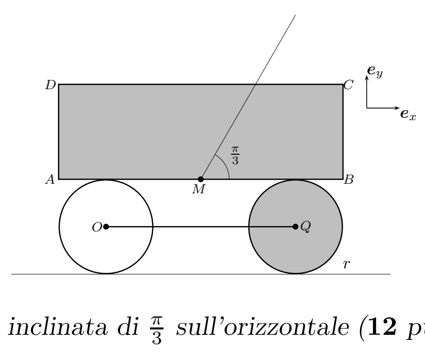
La ***prova*** consta di **3** Quesiti e durerà **2 *ore*** e **30 *minuti***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. *Assegnato il sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 2\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_1 - O \equiv (3, -1, 1), \\ \boldsymbol{v}_2 = 3\boldsymbol{e}_x - 4\boldsymbol{e}_y + 4\boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_2 - O \equiv (1, -1, 2), \\ \boldsymbol{v}_3 = -2\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 1, -1) \end{cases}$$

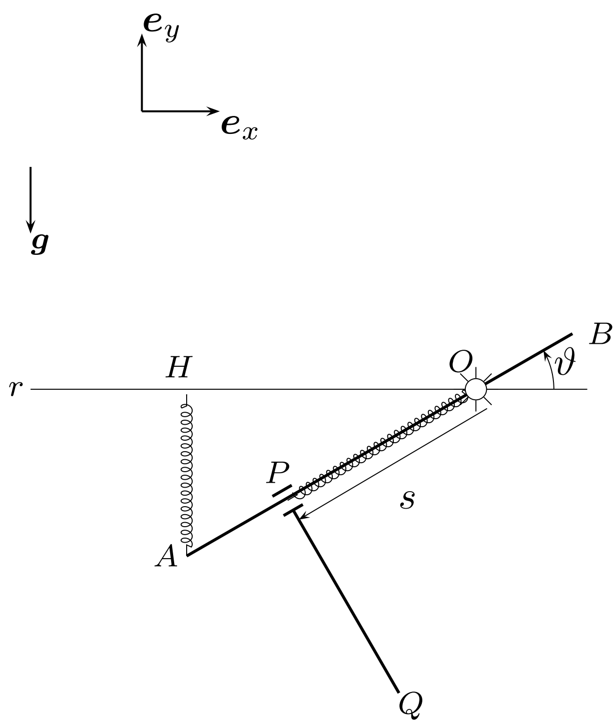
determinarne il risultante (**1** punto) ed il momento risultante rispetto ad O (**3** punti); determinare un sistema di vettori equivalente, composto da due vettori, di cui uno applicato nel punto $Q - O \equiv (3, 3, -1)$ (**3** punti).

2. *Un corpo rigido è formato da un rettangolo $ABCD$ di massa $2m$ e lati AB, orizzontale, di lunghezza 6ℓ ed $AD = 2\ell$; da un anello di centro O, massa $4m$, raggio ℓ, tangente ad AB in un punto distante ℓ da A; da un disco di centro Q, massa $2m$, raggio ℓ, tangente ad AB in un punto distante ℓ da B; dall'asta OQ, di massa $3m$. Determinare: il momento di inerzia di ciascuno dei quattro corpi rispetto alla retta passante per*



*il punto medio M di AB, inclinata di $\frac{\pi}{3}$ sull'orizzontale (**12** punti).*

3. *In un piano verticale, un'asta $AB = 4\ell$ di massa $2m$ è libera di ruotare intorno al proprio punto O fisso, con $OB = \ell$. Su AB scorre l'estremo P di una seconda asta $PQ = 2\ell$, di massa $4m$, che si mantiene sempre ortogonale ad AB durante il moto. L'estremo A di AB è attratto da una molla ideale, di costante elastica $2\frac{mg}{\ell}$ verso un punto H di massa nulla, mobile sulla retta r orizzontale, passante per O, in modo che AH sia sempre disposto lungo la verticale. Infine, l'estremo P di PQ è attratto verso O da una seconda molla ideale di costante elastica $\frac{mg}{\ell}$. Introdotte le coordinate s e ϑ indicate in figura, determinare l'energia cinetica del*



*sistema (**5** punti) e l'energia potenziale (**4** punti). Scrivere l'equazione di Lagrange relativa alla variabile s (**2** punti).*