

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 22 febbraio 2021

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

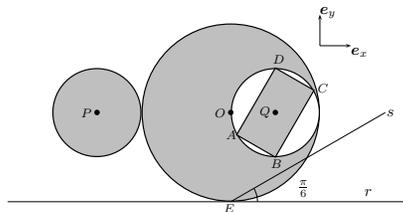
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

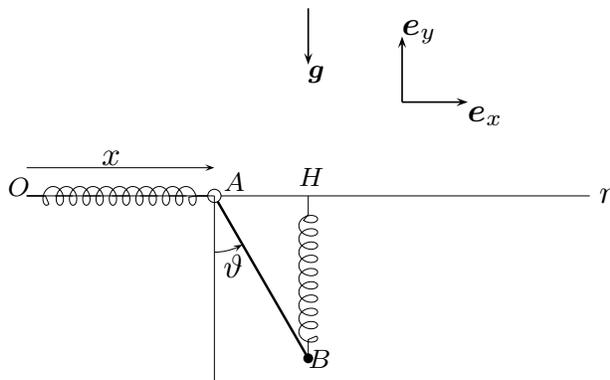
$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (4, 2, -1), \\ \mathbf{v}_2 = 4\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 3, 2), \\ \mathbf{v}_3 = -2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-2, 1, 3) \end{cases}$$

determinarne il risultante (**1** punto); il momento risultante rispetto ad O (**3** punti); determinare un sistema, equivalente a quello assegnato, formato da due vettori, di cui uno applicato nel punto $Q - O \equiv (2, -4, -1)$ (**3** punti).

2. Da un disco di centro O , raggio $2R$ e massa $2m$, appoggiato ad una guida orizzontale r , viene asportato un disco di raggio R , tangente internamente al precedente e di centro Q alla stessa quota di O . Il disco asportato viene ricollocato in modo da essere tangente esternamente alla circonferenza del disco originario, con il centro P alla stessa quota di O , mentre un rettangolo $ABCD$ di massa $4m$ e lati $CB = \sqrt{3}R$ e $CD = R$ viene inscritto nel disco liberato dal disco asportato, con CD inclinato di $\frac{\pi}{3}$ rispetto all'orizzontale. Determinare per il disco forato, per il disco di centro P e per il rettangolo il momento di inerzia rispetto alla retta s inclinata di $\frac{\pi}{6}$ sull'orizzontale, passante per il punto E di contatto tra r ed il disco di centro O (**12** punti).



3. In un piano verticale, un'asta AB di lunghezza 2ℓ e massa $2m$ ha l'estremo A mobile lungo una guida fissa orizzontale r ed è libera di ruotare attorno ad A , a sua volta attratto verso un punto fisso O di r da una molla di costante elastica $3\frac{mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo 2ℓ . Nell'estremo B è saldato un punto materiale di massa m attratto da una molla ideale di costante elastica $\delta\frac{mg}{\ell}$ verso un punto H di massa nulla, mobile su r in modo da essere sempre sulla verticale di B . Introdotte le coordinate x e ϑ indicate in figura, determinare l'energia



cinetica (**3** punti) e l'energia potenziale del sistema (**2** punti). Studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio al variare di $\delta > 0$ (**6** punti).