

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
23 gennaio 2017

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

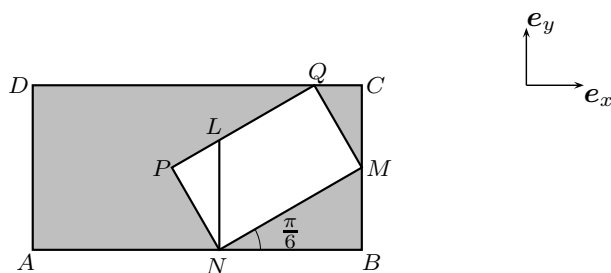
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, 1, -2), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, -2, 3), \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 7\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (4, 1, 1) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** punto); momento risultante rispetto ad  $O$  (**3** punti); il trinomio invariante (**1** punto); l'equazione dell'asse centrale del sistema (**2** punti).

2. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo  $ABCD$  di massa  $3m$  e lati  $AB = 4\ell$  e  $AD = 2\ell$  da cui viene asportato un rettangolo  $MNPQ$  avente il vertice  $M$  nel punto medio di  $BC$ , il lato  $NM$  inclinato di  $\frac{\pi}{6}$  rispetto ad  $AB$ , il vertice  $Q$  lungo il lato  $CD$ ; da un'asta  $NL$  verticale, di massa  $2m$  e lunghezza  $\frac{4}{3}\ell$ . Se, all'istante  $t = 0$  il corpo si trova nella configurazione rappresentata in figura, con  $\mathbf{v}_A = v_0(2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$  e  $\mathbf{v}_C = v_0(\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y)$ , determinare: la velocità angolare del corpo (**2** punti) e la velocità dell'estremo  $L$  dell'asta all'istante  $t = 0$  (**1** punto); le coordinate del centro di istantanea rotazione rispetto al vertice  $A$  del rettangolo (**2** punti). Determinare il momento di inerzia del corpo rispetto al lato  $MN$ ,



specificando i contributi di  $ABCD$ ,  $MNPQ$  e di  $NL$  (**8** punti).

3. In un piano verticale un anello di massa  $4m$  e raggio  $R$  è libero di ruotare attorno ad un suo punto fisso  $O$  mentre lungo il suo diametro  $OM$  si muove senza attrito un punto materiale  $P$  di massa  $2m$ , attratto verso  $O$  da una molla ideale di costante elastica  $3mg/R$ . Introdotta le coordinate  $s$  e  $\vartheta$  indicate in Figura, determinare l'espressione dell'energia cinetica totale  $T$  del sistema (**2 punti**); l'espressione dell'energia potenziale totale  $V$  del sistema (**2 punti**); qualificare i modi normali intorno alla configurazione di equilibrio stabile (**6 punti**).

