

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
24 aprile 2020

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

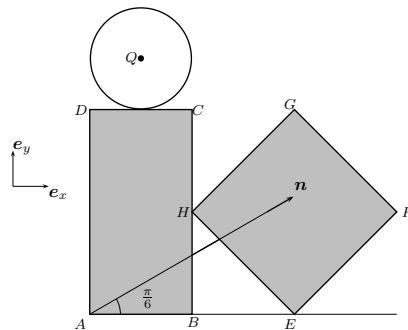
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, -1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-3, 2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -6\mathbf{e}_x - 5\mathbf{e}_y - 5\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 1, -2) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** punto); momento risultante rispetto ad O (**3** punti); il trinomio invariante (**1** punto); l'equazione dell'asse centrale (**2** punti).

2. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo $ABCD$ di massa $2m$ e lati $AB = 2\ell$ e $BC = 4\ell$, disposti lungo gli assi coordinati; da un anello omogeneo di massa $2m$ e raggio ℓ , tangente al lato CD nel suo punto medio; da un quadrato $EFGH$ di massa $3m$ e lato di lunghezza $2\ell\sqrt{2}$, con E sulla stessa orizzontale di AB e la diagonale EG verticale; All'istante $t = 0$ il corpo occupa la configurazione indicata

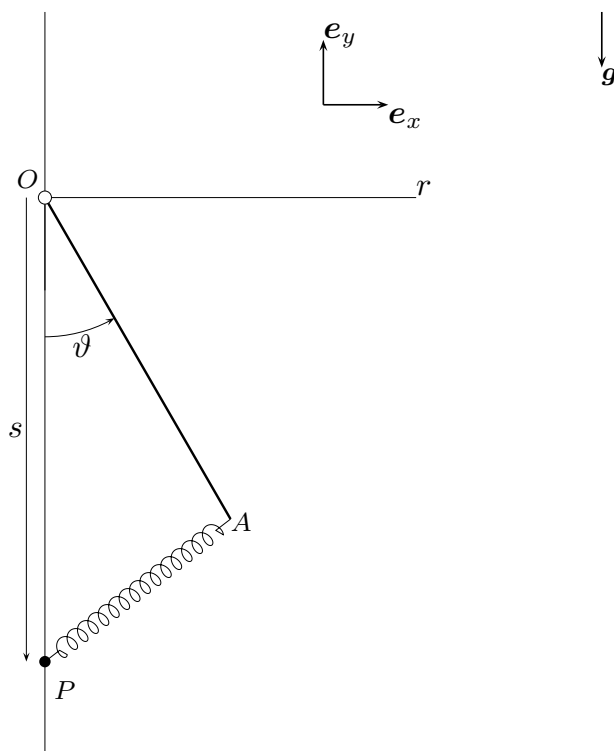


in figura e la velocità di A è $\mathbf{v}_A = v_0[2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y]$ mentre quella di C è $\mathbf{v}_C = v_0[-2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y]$, dove v_0 è una velocità caratteristica.

2

1. Determinare la velocità angolare $\omega(0)$ del corpo all'istante $t = 0$ (1 punto);
2. trovare la velocità $v_Q(0)$ del centro Q dell'anello all'istante $t = 0$ (1 punto);
3. trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$, rispetto al punto A (2 punti);
4. determinare il momento di inerzia di rettangolo, anello e quadrato rispetto alla retta passante per A ed inclinata di $\frac{\pi}{6}$ sull'orizzontale (10 punti);

3. In un piano verticale un'asta omogenea OA di massa $3m$ e lunghezza 2ℓ ruota senza attrito attorno al proprio estremo fisso O . L'estremo A è attratto da una molla ideale di costante elastica $\frac{mg}{\ell}$ verso un punto P di massa $2m$, mobile su una guida verticale passante per O . Introdotte le coordinate s e ϑ indicate in



figura, trovare l'energia cinetica (2 punti) e l'energia potenziale del sistema (3 punti). Qualificare i modi normali di oscillazione intorno alla posizione di equilibrio stabile (4 punti).