

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
26 gennaio 2015

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

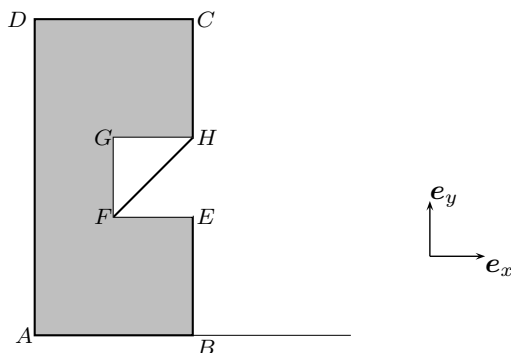
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (3, -1, 1), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 4, 2), \\ \mathbf{v}_3 = -\mathbf{e}_x - 6\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0, 2, 3) \end{cases}$$

il risultante (**1 punto**) ed il momento risultante (**3 punti**); il trinomio invariante (**1 punto**); l'equazione dell'asse centrale (**2 punti**).

2. Da un rettangolo omogeneo $ABCD$ di massa $8m$ e lati $AB = 2\ell$, $AD = 4\ell$ viene asportato un quadrato $EFGH$ di lato ℓ avente il lato EH lungo BC con H ed E equidistanti dai lati AB e CD , rispettivamente. Un'asta di massa $2m$ viene collocata lungo la diagonale FH . All'istante $t = 0$ il corpo rigido occupa la configurazione indicata in figura ed i punti A e C hanno velocità $\mathbf{v}_A = v_0(\mathbf{e}_x + 5\mathbf{e}_y)$, $\mathbf{v}_C = v_0(3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y)$. Determinare:



1. la velocità angolare all'istante $t = 0$ (**1** punto);
2. la velocità del punto F all'istante $t = 0$ (**1** punto);
3. le coordinate del centro di istantanea rotazione rispetto al punto A (**2** punti);
4. la posizione del centro di massa M del corpo rigido rispetto al vertice A (**2** punti);
5. il momento di inerzia rispetto all'asse passante per A e diretto lungo e_y , specificando i contributi del rettangolo, del quadrato e dell'asta (**3** punti);
6. il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse passante per A e parallelo all'asta, specificando i contributi del rettangolo, del quadrato e dell'asta (**6** punti).

3. In un piano verticale, un'asta omogenea AB di lunghezza $2R$ e massa trascurabile reca ai propri estremi due punti materiali— A , di massa $3m$ e B di massa $2m$ —ed è libera di ruotare attorno al suo estremo A mobile a sua volta su di una circonferenza fissa, di raggio R . Inoltre, A è sollecitato da una molla ideale di costante elastica $\gamma mg/R$ verso il punto H di massa nulla della retta tangente alla circonferenza nel punto di quota massima e che si mantiene sulla stessa verticale. Utilizzando come coordinate lagrangiane gli angoli ϑ e φ indicati in figura, determinare l'energia cinetica (**3** punti) e l'energia potenziale del sistema (**2** punti). Trovare le configurazioni di equilibrio del sistema, discutendone la stabilità (**4** punti) al variare di γ . Determinare la pulsazione delle piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile nel caso in cui $\gamma = 2$. (**2** punti)

