

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
26 settembre 2018

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

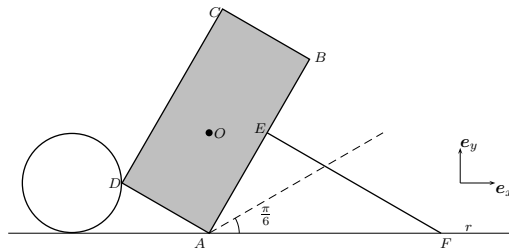
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (-1, 3, -1), \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-3, 2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -5\mathbf{e}_x - 5\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-2, 1, -1) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** pt.); momento risultante rispetto ad  $O$  (**3** pt.); il trinomio invariante (**1** pt.); trovare un sistema equivalente a quello dato e formato da due vettori, di cui uno nel punto  $Q - O \equiv (2, 1, 2)$  (**3** pt.).

2. Un corpo rigido è formato da un rettangolo omogeneo  $ABCD$  di lati  $AB = 4\ell$ ,  $AD = 2\ell$ , massa  $3m$ , con  $AB$  inclinato di  $\frac{\pi}{3}$  sull'orizzontale; da un anello di massa  $2m$  e raggio  $\ell$ , passante per  $D$  e tangente alla retta orizzontale  $r$  cui appartiene il vertice  $A$ ; da un'asta  $EF$ , inclinata di  $\frac{\pi}{6}$  sull'orizzontale, di massa  $4m$  e lunghezza  $4\ell$ , con  $E$  su  $AB$  ed  $F$  su  $r$ . Determinare:



1. il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse passante per  $A$  ed inclinato di  $\frac{\pi}{6}$  rispetto all'orizzontale, specificando i contributi del rettangolo, dell'anello e dell'asta (**10** punti).

2

**3.** In un piano verticale, da un disco di massa  $4m$  e raggio  $2R$  viene asportato un disco di raggio  $R$ , tangente internamente al precedente. Il disco forato viene messo in rotazione attorno ad un punto fisso  $O$  del suo bordo esterno mentre un punto  $P$  di massa  $2m$  è vincolato a muoversi senza attrito sul bordo interno del disco forato. Utilizzando come coordinate lagrangiane gli angoli  $\vartheta$  e  $\varphi$  indicati in figura, determinare l'energia cinetica (**4** punti) e l'energia potenziale del sistema (**2** punti). Trovare il valore di  $\dot{\vartheta}(0)$  e  $\dot{\varphi}(0)$  all'istante  $t = 0$  nel quale il sistema viene abbandonato in quiete a partire dalla configurazione  $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi(0) = 0$ . (**4** punti)

