Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Prova scritta di Fisica Matematica
27 gennaio 2014

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il propro Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

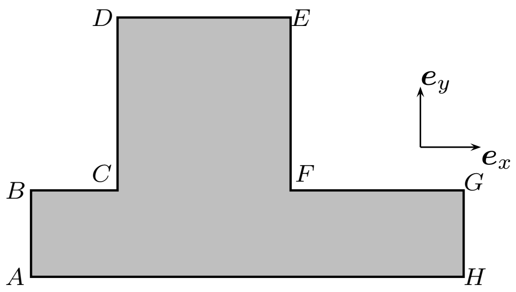
La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore*** e **30 *minuti***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. *Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = -4\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,-1,3), \\ \boldsymbol{v}_2 = 3\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y - 4\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2,2,1), \\ \boldsymbol{v}_3 = 5\boldsymbol{e}_x - 6\boldsymbol{e}_y + 5\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-1,0,1) \end{cases}$$

*il risultante (***1 punto***) ed il momento risultante (***3 punti***); il trinomio invariante (***1** *punto); l'equazione dell'asse centrale (***2** *punti). Determinare un sistema di vettori applicati, equivalente a quello proposto e formato da due vettori, di cui uno applicato in* $Q \equiv (1,1,-2)$. *(***3** *punti)*

2. *Un corpo rigido omogeneo di massa* $20m$ *è delimitato dalla poligonale* $ABCDEFGH$ *i cui lati sono alternativamente paralleli agli assi* $\boldsymbol{e}_x$ *ed* $\boldsymbol{e}_y$ *e sono tali che* $AB = BC = GH = \ell$, $CD = DE = EF = FG = 2\ell$ *ed* $HA = 5\ell$. *Determinare:*



1. la posizione del centro di massa M del corpo rigido rispetto al vertice A (**2** punti);
2. il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione $\boldsymbol{e}_y$ (**4** punti);

3. il momento di inerzia del corpo nella direzione del segmento AC (**4** punti).

3. *Un sistema è formato: I) 4 corpi rigidi, ciascuno dotato di punto fisso e liberi di ruotare nello spazio; II) 3 aste libere di muoversi in uno stesso piano; su ciascuna di esse è libero di muoversi un punto materiale; III) 5 dischi liberi di rotolare senza strisciare su guide fisse e ciascuno vincolato a restare in un piano fisso. Determinarne il numero totale di gradi di libertà. (***3 punti***)*

4. *In un piano verticale, un'asta omogenea AB di lunghezza 2ℓ e massa $2m$ è libera di ruotare attorno al suo estremo A mobile a sua volta sul ramo positivo di un'iperbole equilatera di equazione $y = 2\ell^2/x$. L'estremo A è sollecitato verso il punto dell'asse y posto alla stessa quota da una molla ideale di costante elastica $mg/2\ell$. Utilizzando come coordinate lagrangiane l'ascissa x di A e l'angolo ϑ che AB forma con la verticale, determinare l'energia cinetica (***3** *punti) e l'energia potenziale del sistema (***2** *punti). Trovare le configurazioni di equilibrio del sistema, discutendone la stabilità (***3** *punti). Determinare la pulsazione delle piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile.(***3** *punti)*