

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
29 gennaio 2020

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

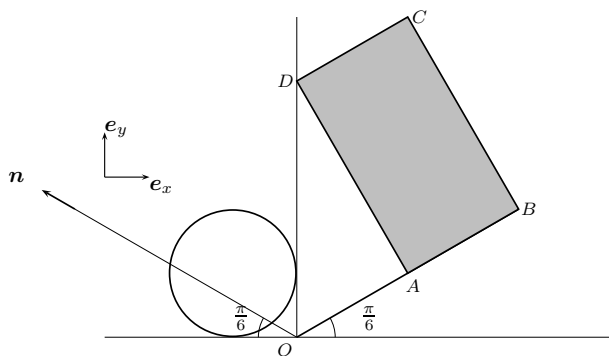
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

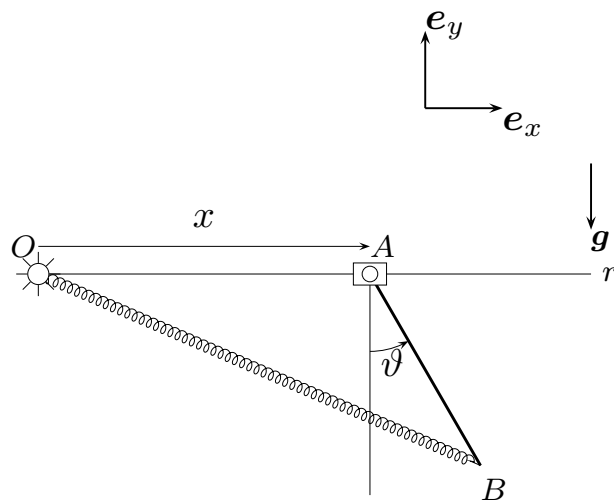
$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -e_x - 2e_y + 3e_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, -2, -1), \\ \mathbf{v}_2 = -e_x + 3e_y + 4e_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, -3, 1), \\ \mathbf{v}_3 = 3e_x + e_y - 3e_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (3, 2, -1) \end{cases}$$

il risultante (**1 punto**), il momento risultante (**3 punti**), il trinomio invariante (**1 punto**) e l'equazione dell'asse centrale (**2 punti**).

2. Un corpo rigido è formato da un'asta omogenea  $OB$  di massa  $m$  e lunghezza  $4\ell$ , inclinata di  $\frac{\pi}{6}$  sull'orizzontale; da un rettangolo  $ABCD$  di massa  $2m$ , con  $AB$  di lunghezza  $2\ell$  posto su  $OB$  e  $DA$ , di lunghezza  $2\ell\sqrt{3}$ , con  $D$  sulla verticale passante per  $O$ ; da un anello di massa  $3m$  e raggio  $\ell$ , tangente alle rette passanti per  $O$  e dirette lungo gli assi coordinati ( $e_x, e_y$ ). Determinare il momento di inerzia di ciascuno dei tre corpi



descritti rispetto all'asse passante per  $O$  ed inclinato di  $\frac{\pi}{6}$  sull'orizzontale, dalla parte opposta rispetto ad  $OB$  (**8 punti**); Determinare il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione  $e_x$  (**4 punti**).



**3.** In un piano verticale un'asta  $AB$ , di lunghezza  $2\ell$  e massa  $m$ , ha l'estremo  $A$  mobile lungo una retta orizzontale fissa  $r$  ed è libera di ruotare attorno ad  $A$ . L'estremo  $B$  è attratto verso un punto fisso  $O$  di  $r$  da una molla ideale di costante elastica  $2\frac{mg}{\ell}$ . Introdotta le coordinate  $x$  e  $\vartheta$  in figura, determinare l'energia cinetica (**3** punti) e l'energia potenziale del sistema (**3** punti). Determinare il valore di  $\ddot{x}(0)$  e  $\ddot{\vartheta}(0)$  sapendo che all'istante  $t = 0$  il sistema parte dalla quiete con  $\vartheta(0) = \frac{\pi}{3}$  e  $x(0) = \ell$ . (**5** punti)