

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
 5 aprile 2019

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

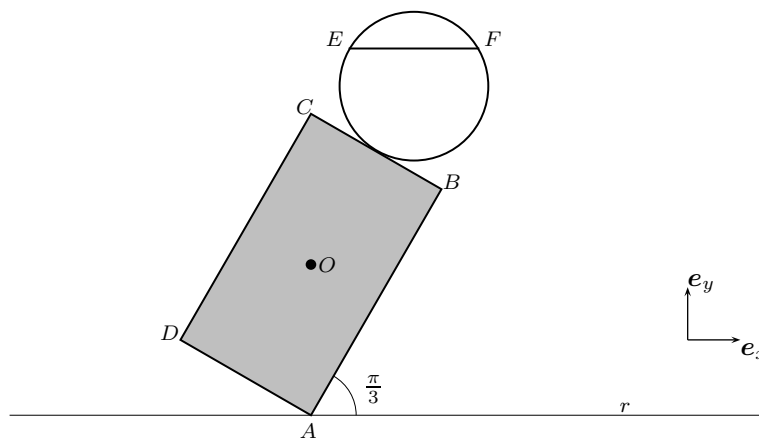
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, -2, -1), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-1, 2, 2), \\ \mathbf{v}_3 = -3\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y - 5\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 0, 1) \end{cases}$$

il risultante (**1 punto**), il momento risultante (**3 punti**), il trinomio invariante (**1 punto**) e l'equazione dell'asse centrale (**2 punti**).

2. Un corpo rigido è formato da un rettangolo omogeneo  $ABCD$  di lati  $AB = 2\ell\sqrt{3}$ ,  $BC = 2\ell$  e massa  $3m$  e con  $AB$  inclinato di  $\frac{\pi}{3}$  rispetto all'orizzontale  $r$ ; da un anello di massa  $2m$  e raggio  $\ell$ , tangente al rettangolo nel punto medio di  $BC$ ; da un'asta  $EF$  orizzontale, di massa  $m$ , lunghezza  $\ell\sqrt{3}$ , con gli estremi sovrapposti a due punti dell'anello e distante  $\frac{\ell}{2}$  dal centro dell'anello. Determinare il momento di inerzia di rettangolo,



anello ed asta rispetto all'asse passante per  $A$  e diretto come  $e_x$  (9 punti). Determinare il momento centrale di inerzia per l'intera figura nella direzione  $e_y$  (6 punti).

3. In un piano verticale, un disco omogeneo di massa  $2m$  e raggio  $R$  rotola senza strisciare su una guida fissa orizzontale ed ha il centro attratto verso un punto fisso  $O$ , posto alla stessa quota, da una molla ideale di costante elastica  $2mg/R$ . Su una seconda guida orizzontale posta sotto la precedente, a distanza  $R$ , è libero di muoversi un punto materiale  $P$  di massa  $m$ , attratto verso  $A$  da un'altra molla ideale di costante elastica  $mg/R$ . Introdotte le coordinate  $x$  ed  $s$  indicate in figura, determinare l'energia cinetica (2 punti) e potenziale (2 punti) del sistema. Trovare le pulsazioni delle piccole oscillazioni in un intorno della configurazione di equilibrio stabile del sistema. (4 punti).

