

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
 5 settembre 2016

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

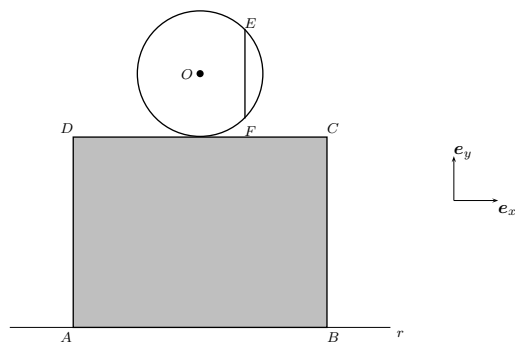
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 4\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (-2, 1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (3, -2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -5\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 1, 4) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** pt.); momento risultante rispetto ad  $O$  (**3** pt.); il trinomio invariante (**1** pt.); l'equazione dell'asse centrale (**3** pt.).

2. Un corpo piano è formato da un anello di massa  $2m$  e raggio  $R$ ; da un rettangolo  $ABCD$  di massa  $3m$  e lati  $AB = 4R$  e  $BC = 3R$ , con il lato  $CD$  tangente nel suo punto medio all'anello; dall'asta verticale  $EF$  di lunghezza  $R\sqrt{2}$  e massa  $4m$ . Determinare il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse passante per  $A$



2

e che forma con l'orizzontale un angolo  $\alpha$  tale che  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  (6 punti). Determinare il momento centrale di inerzia per l'intero corpo rispetto alla direzione  $e_x$ . (6 punti).

3. In un piano verticale, un'asta omogenea  $AB$  di lunghezza  $2\ell$  e massa  $2m$  è libera di ruotare al proprio estremo  $A$  mentre un punto materiale di massa  $3m$  scorre su  $AB$  senza attrito ed è attratto verso un punto fisso  $O$  posto sulla verticale passante per  $A$ , tale che  $AO = 2\ell$ , da una molla ideale di costante elastica  $mg/\ell$ . Utilizzando come coordinate lagrangiane  $s$  e  $\vartheta$ , determinare l'energia cinetica (4 punti) e l'energia potenziale del sistema (4 punti). Qualificare i modi normali di oscillazione in un intorno della configurazione di equilibrio stabile. (4 punti)

