Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale - *18 settembre 2012*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO			

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Trovare il versore binormale della curva*

$$p(t) - O = (\frac{1}{2}t^2 - \sqrt{2}t)\boldsymbol{e}_x + \mathrm{e}^{\sqrt{2}t}\boldsymbol{e}_y + \mathrm{e}^{-\sqrt{2}t}\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\boldsymbol{b}(0) = \frac{4\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z}{\sqrt{26}}$ ◯ $\boldsymbol{b}(0) = \frac{3\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y - 4\boldsymbol{e}_z}{\sqrt{26}}$ ◯ $\boldsymbol{b}(0) = \frac{\boldsymbol{e}_x - 3\boldsymbol{e}_y + 4\boldsymbol{e}_z}{\sqrt{26}}$

◯ $\boldsymbol{b}(0) = \frac{\boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z}{\sqrt{26}}$ ◯ $\boldsymbol{b}(0) = \frac{3\boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z}{\sqrt{26}}$ ♠ $\boldsymbol{b}(0) = \frac{4\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - 3\boldsymbol{e}_z}{\sqrt{26}}$

QC2. *Determinare il trinomio invariante del seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 3\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, -1, 2), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 3, -1), \\ \boldsymbol{v}_3 = 3\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 1, -3). \end{cases}$$

{6,-1,0}

Soluzione

♠ 106 ◯ 90 ◯ 70 ◯ 136 ◯ 88 ◯ 72

QC3. *Un corpo rigido piano è formato da quattro aste: AB e CD, saldate ortogonalmente tra loro nel comune punto medio O, hanno ugual lunghezza 2ℓ ed ugual massa $2m$; AC di massa $4m$ e BD di massa m. Trovare il momento centrale di inerzia per l'intero sistema rispetto all'asse parallelo alle due aste AC e BD.*

{6,-1,0}

Soluzione

◯ $I_G = \frac{29}{12}m\ell^2$ ◯ $I_G = \frac{14}{5}m\ell^2$ ◯ $I_G = \frac{34}{11}m\ell^2$

♠ $I_G = \frac{8}{3}m\ell^2$ ◯ $I_G = \frac{52}{15}m\ell^2$ ◯ $I_G = \frac{23}{6}m\ell^2$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, un'asta AB di lunghezza 2ℓ e massa $2m$ è libera di ruotare attorno al proprio estremo A, incernierato ad un punto fisso. Una seconda asta CD di lunghezza ℓ e massa $4m$ ha il punto medio incernierato nel punto medio di AB mentre l'estremo D è attratto verso A da una molla ideale di costante elastica $3mg/\ell$. Introdotte le coordinate generalizzate ϑ e φ indicate in Figura 2, rispondere alle seguenti domande:*

1. Qual è l'energia cinetica del sistema? **{2,0,0}**

---

2. Qual è l'energia potenziale totale del sistema? **{3,0,0}**

---

3. Quanto valgono $\ddot{\vartheta}(0)$ **{2,0,0}** e $\ddot{\varphi}(0)$ **{2,0,0}** se le condizioni iniziali sono $\vartheta(0) = \frac{\pi}{3}$, $\varphi(0) = \frac{\pi}{6}$, $\dot{\vartheta}(0) = \dot{\varphi}(0) = 0$?

QA2. *In un piano verticale, un filo omogeneo AB di peso per unità di lunghezza p ha l'arco AC appoggiato senza attrito su un quadrante di raggio $2R$ ed il tratto DB appoggiato ad un altro quadrante di raggio R, avente il centro alla stessa quota del primo. Il tratto CD del filo è invece libero nel piano. In A è applicata una forza $\boldsymbol{f} = -3pR\boldsymbol{e}_x$ ed in B da un'altra forza $\boldsymbol{q} = \beta pR\boldsymbol{e}_x$. Supponendo che all'equilibrio l'arco AC abbia ampiezza $\pi/4$, determinare:*

QA1.1 il modulo della tensione nel punto C del filo. **{2,0,0}**

QA1.2 il modulo della tensione nel punto più basso del tratto CD; **{2,0,0}**

QA1.3 il valore di β che garantisce l'equilibrio del filo con $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$. **{5,0,0}**

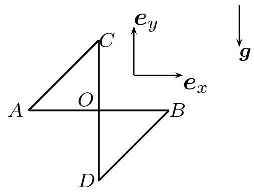

Fig. 1

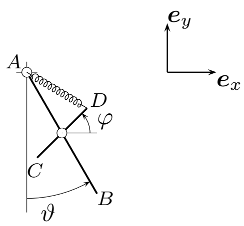

Fig. 2

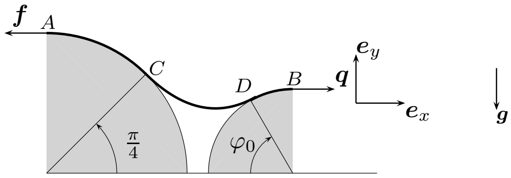

Fig. 3

QA1.1 $T = \frac{10}{3}m\ell^2\dot{\vartheta}^2 + \frac{1}{6}m\ell^2\dot{\varphi}^2$

QA1.2 $V = -6mg\ell\cos\vartheta + \frac{3mg\ell}{2}\left[\frac{5}{4} + \sin(\vartheta - \varphi)\right]$

QA1.3 $\ddot{\vartheta}(0) = -\frac{g}{\ell}\frac{9\sqrt{3}}{16}$ $\qquad \ddot{\varphi}(0) = \frac{9\sqrt{3}}{4}\frac{g}{\ell}$

QA2.1 $\tau(C) = pR[1 + \sqrt{2}]$

QA2.2 $\tau(V) = pR\frac{\sqrt{2}}{2}[1 + \sqrt{2}]$

QA2.3 $\beta = \sqrt{\frac{2}{3}}\left[1 + \sqrt{2}\right] + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$