Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale - *21 febbraio 2014*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO			

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Dati i tensori:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{L} = 2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z + 3\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_y \\ \boldsymbol{M} = 4\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z \end{cases}$$

ed i vettori $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z$ e $\boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z$, trovare il valore di $\boldsymbol{Lv} \cdot \boldsymbol{Mw}$.

{6,-1,0}

Soluzione

♠ -28 ◯ -11 ◯ 69 ◯ 17 ◯ -64 ◯ 52

QC2. *Trovare il versore binormale della curva*

$$p(t) - O = \mathrm{e}^{3t}\boldsymbol{e}_x + 2\cos t\boldsymbol{e}_y + \sin 2t\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\boldsymbol{b} = \frac{1}{\sqrt{94}}[3\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y - 9\boldsymbol{e}_z]$ ♠ $\boldsymbol{b} = \frac{1}{\sqrt{94}}[2\boldsymbol{e}_x + 9\boldsymbol{e}_y - 3\boldsymbol{e}_z]$ ◯ $\boldsymbol{b} = \frac{1}{\sqrt{94}}[-9\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z]$

◯ $\boldsymbol{b} = \frac{1}{\sqrt{94}}[3\boldsymbol{e}_x + 9\boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z]$ ◯ $\boldsymbol{b} = \frac{1}{\sqrt{94}}[2\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y - 9\boldsymbol{e}_z]$ ◯ $\boldsymbol{b} = \frac{1}{\sqrt{94}}[-9\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y - 3\boldsymbol{e}_z]$

QC3. *Un corpo rigido è formato da un rettangolo omogeneo di massa* $3m$ *e lati* $AB = 4\ell$ *ed* $AD = 2\ell$, *da un anello di massa* m *e raggio* ℓ, *tangente esternamente al rettangolo nel punto medio del lato* CD *e da un'asta* EF *di massa* $6m$, *lunghezza* 2ℓ, *passante per il centro dell'anello ed inclinata di* $\frac{\pi}{3}$ *sull'orizzontale. Determinare il momento centrale di inerzia per il corpo rigido nella direzione* $\boldsymbol{e}_x$.

{6,-1,0}

Soluzione

◯ $I_{G,\boldsymbol{e}_x} = \frac{213}{7}m\ell^2$ ◯ $I_{G,\boldsymbol{e}_x} = \frac{73}{5}m\ell^2$ ◯ $I_{G,\boldsymbol{e}_x} = 20m\ell^2$

◯ $I_{G,\boldsymbol{e}_x} = \frac{107}{8}m\ell^2$ ♠ $I_{G,\boldsymbol{e}_x} = \frac{57}{5}m\ell^2$ ◯ $I_{G,\boldsymbol{e}_x} = \frac{172}{13}m\ell^2$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale un quadrato omogeneo di massa $2m$ e lato 2ℓ trasla senza attrito lungo una guida fissa orizzontale, con il vertice A attratto verso un punto fisso O della guida da una molla ideale di costante elastica $4mg/\ell$. Nel quadrato è praticata una scanalatura semicircolare con diametro AB entro la quale può muoversi senza attrito un punto materiale P di massa m che è attratto verso la sommità della scanalatura da un'altra molla ideale di costante elastica $3mg/\ell$. Introdotte le coordinate x e ϑ indicate in Figura 2 determinare:*

QA1.1 l'espressione dell'energia cinetica totale T del sistema **{2,0,0}**;

QA1.2 l'espressione dell'energia potenziale totale V del sistema **{3,0,0}**;

QA1.3 Le pulsazioni delle piccole oscillazioni in un intorno della configurazione di equilibrio stabile. (**{2,0,0}** punti ciascuna)

QA2. *In un piano verticale, un filo omogeneo AB di lunghezza opportuna e di peso per unità di lunghezza $\frac{5p}{R}$ è appoggiato per un tratto AC senza attrito su un semidisco di raggio R e centro O. L'estremo A è attratto da una molla ideale di costante elastica $8p/R$ verso un punto Q lungo il prolungamento del diametro del semidisco in modo che l'angolo tra AO e l'orizzontale abbia ampiezza α tale che $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Il filo abbandona il supporto in un punto C tale che OC formi un angolo φ con l'orizzontale ed è mantenuto in equilibrio da una forza $\boldsymbol{f} = 3p\boldsymbol{e}_x$ applicata in B (Figura 3). In condizioni di equilibrio, determinare*

QA2.1 il valore della tensione nel punto di AC avente quota massima; **{3,0,0}**

QA2.2 l'equazione della catenaria riferita ad assi $\{\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y\}$ centrati in A; **{2,0,0}**

QA2.3 il valore di $\sin\varphi$. **{4,0,0}**

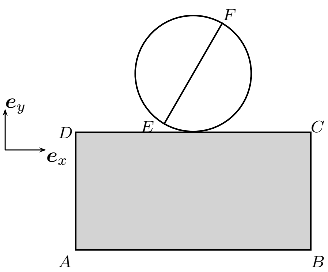

Fig. 1

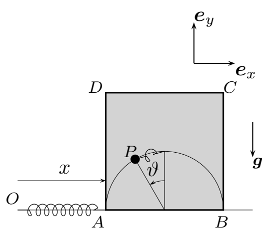

Fig. 2

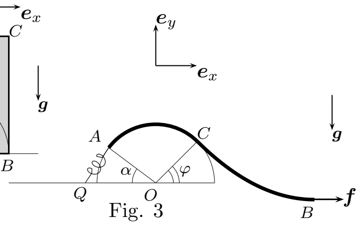

Fig. 3

QA1.1 $T = \frac{3}{2}m\dot{x}^2 + \frac{m}{2}\ell^2\dot{\vartheta}^2 - m\ell\dot{x}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$

QA1.2 $V = -2mg\ell\cos\vartheta + \frac{2mg}{\ell}x^2$

QA1.3 $\omega_1 = 2\sqrt{\frac{g}{\ell}} \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

QA2.1 $\tau = 8p$

QA2.2 $y(x) = \frac{3}{5}R\left[\cosh\left(\frac{5x}{3R}\right) - 1\right]$

QA2.3 $\sin\varphi = \frac{-3+\sqrt{69}}{10}$