

COGNOME

NOME

La **prova** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO									
--------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. Determinare il trinomio invariante del seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, -1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, 1, -1), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, -2, 1). \end{cases}$$

{6,-1,0}

Soluzione

- 4 3 -24 66 36 -33

QC2. Trovare la torsione della curva

$$p(t) - O = \frac{1}{2}(t^2 + \frac{1}{2}t + 1)\mathbf{e}_x + \frac{1}{3}(2t^3 + 3t^2 + t)\mathbf{e}_y + (\frac{1}{2}t^3 + t^2)\mathbf{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

- $\tau = -\frac{27}{65}$ $\tau = \frac{9}{17}$ $\tau = \frac{6}{65}$ $\tau = -\frac{15}{17}$ $\tau = -\frac{18}{17}$ $\tau = \frac{27}{13}$

QC3. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo $ABCD$ di massa $4m$ e lati $AB = 4l$ e $AD = 2l$ da cui viene asportato un quadrato con il centro di massa comune ad $ABCD$ ed una coppia di vertici opposti coincidenti con i punti medi di AB e CD , e da un quadrato di massa m , congruente a quello asportato ma posto con un vertice nel punto medio di BC e con le diagonali parallele ai lati di $ABCD$ (Figura 1). Trovare il momento centrale di inerzia per il corpo nella direzione \mathbf{e}_y .

{6,-1,0}

Soluzione

- $I_G, \mathbf{e}_y = \frac{575}{88} m l^2$ $I_G, \mathbf{e}_y = \frac{163}{20} m l^2$ $I_G, \mathbf{e}_y = \frac{145}{12} m l^2$
 $I_G, \mathbf{e}_y = \frac{163}{10} m l^2$ $I_G, \mathbf{e}_y = \frac{575}{44} m l^2$ $I_G, \mathbf{e}_y = \frac{863}{120} m l^2$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. In un piano verticale un'asta OA di massa m e lunghezza 2ℓ è libera di ruotare attorno all'estremo O incernierato senza attrito ad un punto fisso. All'altro estremo A è incernierata una seconda asta AB di massa $2m$ e lunghezza 2ℓ . L'estremo A è attratto da una molla ideale di costante elastica $3mg/\ell$ verso un punto della verticale r passante per O , alla stessa quota di A . Usando come coordinate libere gli angoli ϑ e φ (vedi Figura 2) e supponendo che all'istante $t = 0$ il sistema sia in quiete, con $\vartheta(0) = \varphi(0) = \frac{\pi}{4}$, rispondere alle seguenti domande

QA1.1 Qual è l'energia cinetica del sistema? **{3,0,0}**

QA1.2 Qual è l'energia potenziale del sistema? **{2,0,0}**

QA1.3 Determinare $\ddot{\vartheta}(0)$ **{2,0,0}** e $\ddot{\varphi}(0)$ **{2,0,0}**

QA2. In un piano verticale, un filo omogeneo AB di lunghezza ℓ incognita e peso per unità di lunghezza $2p$ è appoggiato senza attrito su un semidisco di raggio R ed è sollecitato in A da una forza \mathbf{q} di intensità $3pR$ che forma un angolo di $\frac{\pi}{6}$ con la verticale ed in B da una forza \mathbf{f} di opportuna intensità, che forma un angolo θ con l'orizzontale tale che $\sin \theta = \frac{3}{5}$. Il filo abbandona il supporto nel punto V di quota massima del disco (Figura 3). In condizioni di equilibrio, determinare

QA2.1 il valore della tensione nel punto V ; **{3,0,0}**

QA2.2 l'intensità della forza applicata in B ; **{2,0,0}**

QA2.3 la lunghezza ℓ del filo AB . **{4,0,0}**

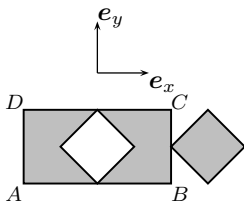


Fig. 1

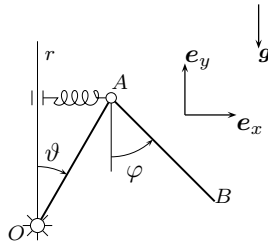


Fig. 2

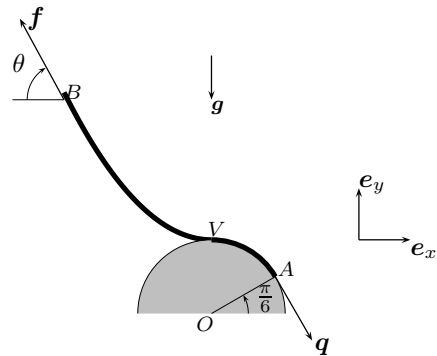


Fig. 3

QA1.1

QA1.2

QA1.3

QA2.1

QA2.2

QA2.3