

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

<b>ESITO</b>									
--------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**QUESITI A RISPOSTA CHIUSA**

**QC1.** Determinare il trinomio invariante del seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 2, 0), \\ \mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, -3, 1), \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0, 2, -1). \end{cases}$$

**{6,-1,0}**

*Soluzione*

- 41     4     -38     -26     9     16

**QC2.** Trovare la curvatura della curva

$$p(t) - O = \cos t \mathbf{e}_x + e^{4t} \mathbf{e}_y + \cosh 2t \mathbf{e}_z$$

nel punto corrispondente a  $t = 0$ .

**{6,-1,0}**

*Risposta*

- $\kappa = \frac{\sqrt{17}}{16}$       $\kappa = \frac{\sqrt{17}}{4}$       $\kappa = \frac{\sqrt{17}}{6}$   
  $\kappa = \frac{\sqrt{19}}{16}$       $\kappa = \frac{\sqrt{19}}{4}$       $\kappa = \frac{\sqrt{19}}{6}$

**QC3.** Una struttura articolata è formata da due aste  $AB$ , di lunghezza  $\ell$ , e  $CB$ , di lunghezza  $\ell\sqrt{3}$ , incernierate tra loro ortogonalmente in  $B$  e vincolate a terra da un incastro scorrevole in  $A$  e da una cerniera in  $C$ , con  $A$  e  $C$  alla stessa quota. Nel punto medio di  $AB$  agisce un carico  $\mathbf{f} = \sqrt{3}pe_x$  mentre nel punto medio di  $BC$  agisce il carico  $\mathbf{q} = -4pe_y$ . Determinare la reazione vincolare sviluppata in  $A$  a terra, in condizioni di equilibrio.

**{6,-1,0}**

*Soluzione*

- $\Phi_A = pe_y$       $\Phi_A = 2pe_y$       $\Phi_A = 3pe_y$   
  $\Phi_A = -4pe_y$       $\Phi_A = -5pe_y$       $\Phi_A = -6pe_y$

---



---

## QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

---



---

**QA1.** Una lamina piana è formata da due aste omogenee:  $AB$ , verticale, di massa  $m$  e lunghezza  $R$ ;  $BC$ , orizzontale, di massa  $2m$  e lunghezza  $2R$ ; da un semidisco di raggio  $R$  e massa  $2m$ . Le aste  $AB$  e  $BC$  sono tangenti al semidisco. Rispetto alla retta  $r$  passante per  $A$  ed inclinata di  $\frac{\pi}{3}$  rispetto all'orizzontale (Figura 2), determinare:

**QA1.1** il momento di inerzia per l'asta  $AB$  **{2,0,0}**;

**QA1.2** il momento di inerzia per l'asta  $BC$  **{3,0,0}**;

**QA1.3** il momento di inerzia per il semidisco **{4,0,0}**.

---

**QA2.** In un piano verticale, un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $2R$  rotola senza strisciare lungo una guida fissa orizzontale  $r$ . Il centro  $C$  del disco è attratto verso un punto fisso  $O$  posto alla stessa quota da una molla ideale di costante elastica  $2mg/R$ . Nel disco è praticata una scanalatura circolare concentrica di raggio  $R$ , entro cui è libero di muoversi un punto  $P$  di massa  $2m$ . Introdotte le coordinate  $\vartheta$  ed  $x$  indicate in Figura 3, determinare:

**QA1.1** l'espressione dell'energia cinetica totale  $T$  del sistema **{3,0,0}**;

**QA1.2** l'espressione dell'energia potenziale totale  $V$  del sistema **{2,0,0}**;

**QA1.3** Le pulsazioni  $\omega_+$  **{2,0,0}** ed  $\omega_-$  **{2,0,0}** delle piccole oscillazioni, in un intorno della configurazione di equilibrio stabile.

---

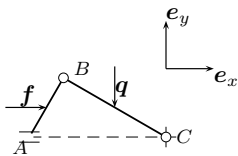


Fig. 1

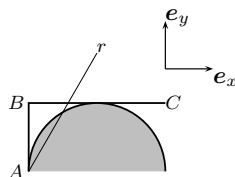


Fig. 2

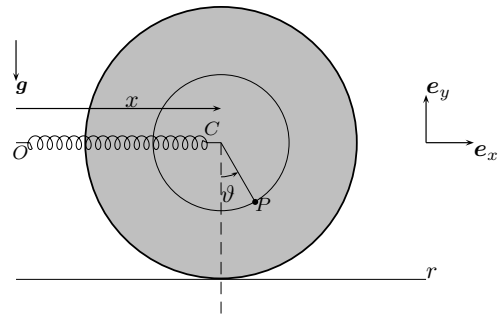


Fig. 3

**QA1.1**  $I_{AB} = \frac{1}{12}mR^2$

**QA1.2**

$$I_{BC} = \frac{mR^2}{2}(5 - 2\sqrt{3})$$

**QA1.3**

$$I_S = 2mR^2 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{3}\pi}\right)$$

**QA2.1**  $T = \frac{7}{4}m\dot{x}^2 + mR^2\dot{\vartheta}^2 + 2mR\dot{\vartheta}\dot{x}\cos\vartheta$

**QA2.2**  $V = -2mgR\cos\vartheta + \frac{mg}{R}x^2$

**QA2.3**  $\omega_{\pm} = \sqrt{\frac{11 \pm \sqrt{73}}{6} \frac{g}{R}}$