| ANALISI MATEMATICA 2<br><br>13/09/2019 | Cognome e Nome |
|---|---|

## PARTE A

1. [5 pt] Data la serie di potenze $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(x-3)^{2n+1}}{4^n} \cdot \frac{2}{(2n)!}$, determinarne

   (a) l'insieme di convergenza

   (b) la somma $f(x)$

2. [6 pt] Sia $f(x,y) = (x^2 - xy)e^y$.

   (a) Calcolare $\nabla f(1,0)$

   (b) Indicare i punti stazionari di $f$

   (c) Classificarli

3. [6 pt] Sia dato il campo $F(x,y) = \left(3xye^{x^2}, \frac{3}{2}e^{x^2} + \cos y - 2\right)$ e sia $\gamma$ la curva parametrizzata da $\gamma : [0, 5\pi] \to \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t\cos(t), 2t)$. Calcolare, se esiste, un potenziale $U$ tale che $\nabla U = F$ . Calcolare il lavoro $\int_\gamma F \cdot \mathrm{d}\gamma =$

4. [6 pt] Dati la superficie $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 = 3\}$ e il campo $F(x,y,z) = \left(z^2x, x^2y + \frac{y^3}{3}, x^2 + y^2\right)$, calcolare $\left|\iint_\Sigma F \cdot n \, \mathrm{dS}\right| =$

5. [4 pt] Calcolare l'equazione del piano tangente alla superficie parametrica

$$\sigma : [0,\pi] \times [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3, \qquad \sigma(t,\theta) = ((3+\cos t)\cos\theta, (3+\cos t)\sin\theta, t),$$

   nel punto $P = (0, 3, \frac{\pi}{2})$ . Scrivere l'equazione di una curva $\gamma$ che, ruotando attorno all'asse $z$, generi $\sigma$. $\gamma(t) =$

6. [6 pt] Data $f(x,y,z) = xy + 2yz + 3xz$, calcolare i valori del massimo e del minimo assoluti di $f$ sull'insieme $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 12, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$

## PARTE B

7. [5 pt] Enunciare il teorema di Dini (o Teorema della funzione implicita) in $\mathbb{R}^2$

| Ipotesi: | Tesi: |
|---|---|
| | |

8. [6 pt] Per quali $a, b \in \mathbb{R}$ il campo $F(x, y, z) = (e^{ax} \cos y, 2e^{ax} \sin y + z^2 y, zy^b)$ è conservativo

9. [6 pt] Per quali $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 + ye^{xy}}{(x^2 + y^2)^a} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua in $(0, 0)$?

è differenziabile in $(0, 0)$?

10. [6 pt] Sia $f_n : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ data da $f_n(x) = (\sin x)^n$. Allora detta $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$

(a) la serie converge puntualmente su $[0, 2\pi]$ VERO FALSO

(b) la serie converge totalmente su $[0, \pi/3]$ VERO FALSO

(c) la serie converge totalmente su $[0, \pi/2)$ VERO FALSO

(d) esiste $\lim_{x \to \pi/2} f(x)$ VERO FALSO

(e) $f$ è derivabile in $x = \pi/4$ e vale $f'(\pi/4) = \sum_{n=0}^{\infty} n \sin(\pi/4)^{n-1} \cos(\pi/4)$ VERO FALSO

(f) $f$ è continua su $[0, \pi/2)$ VERO FALSO

11. [6 pt] Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > -1, x^2 + y^2 \in (0, 1]\}$. Determinare

$\text{int}(A) =$

$\overline{A} \setminus A =$

$\partial A =$

12. [5 pt] Siano $g \in C^1(\mathbb{R}^2)$ e $f \in C^1(\mathbb{R})$. Allora $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} g(f(t), t^2)$ calcolata in $t = 2$ vale: