ANALISI MATEMATICA 2	Cognome e Nome
20/09/2018	

PARTE A

1. [6 pt] Data la serie di potenze $\sum_{n=1}^{+\infty} \arctan\left(\frac{1}{n^2}\right) \frac{(5-x)^n}{2^{2n+1}}$, determinarne

   (a) il raggio (b) l'insieme di convergenza.

2. [6 pt] Sia $f(x,y) = (x^2 - 6x)e^{y^2-6y}$. (a) Calcolare $\nabla f(x,y)$

   (b) Indicare i punti stazionari di f (c) Classificarli

3. [4 pt] Calcolare il lavoro L del campo

$$F(x,y) = \left(\frac{-\sin y}{x^2}, \frac{\cos y}{x}\right)$$

   lungo la curva $\gamma(t) = \left(t^2, \pi\frac{t}{2}\right)$, $t \in [3,7]$. $L =$

4. [6 pt] Calcolare l'area della porzione di paraboloide $z = x^2 + y^2$ compresa tra i cilindri di equazioni $x^2+y^2 = 4$ e $x^2+y^2 = 25$.

5. [6 pt] Dati il campo $F(x,y,z) = (z^2x + z, 2z^2y + x^2, 1)$ e il paraboloide

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = 4 - x^2 - y^2,\ z \geq 0\right\},$$

   calcolare il flusso di F attraverso Σ, orientata verso l'alto, riportando i passaggi salienti.

6. [6 pt] Calcolare massimo e minimo assoluti di $f(x,y) = x+y$, soggetti al vincolo $g(x,y) = 0$, dove $g(x,y) = 4x^2 + y^2 - 1$.

PARTE B

7. [6 pt] Enunciare il teorema di Stokes.

8. [8 pt] Per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 y^3 e^{2x+y}}{(x^2+y^2)^\alpha} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è continua su $\mathbb{R}^2$?

è differenziabile su $\mathbb{R}^2$?

9. [8 pt] Sia $A = \{(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta) \in \mathbb{R}^2 : 1 < \rho \leq 3, \quad 0 < \theta < 2\pi\}$.

   (a) Indicare la parte interna di A

   (b) Indicare la chiusura di A

   (c) Indicare e disegnare la frontiera di A

   (d) Dire se A è semplicemente connesso

10. [6 pt] Sia dato il campo $F(x,y) = \left(\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}\right)$. Calcolare il lavoro di F lungo la curva γ, dove

    (a) $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, con $t \in [0, 2\pi]$

    (b) $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, con $t \in [0, \pi]$

    (c) $\gamma(t) = (\cos t + 2, \sin t + 2)$, con $t \in [0, 2\pi]$

11. [6 pt] Sia data la funzione $F(x,y) = 4x + xy^4 + 5y\cos x$. Dire se $\{F = 0\}$ è definito implicitamente in un intorno di $(0,0)$ dal grafico di una funzione $y = g(x)$ e/o di una funzione $x = h(y)$ ed eventualmente calcolare $g'(0)$ e $h'(0)$.