Tutorato del 8.04.2019

3 Derivate per funzioni di n variabili reali

3.1 Derivate direzionali

Esercizio 1
Sia data

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Calcolare le derivate direzionali di f in $(0,0)$ rispetto al generico versore $\mathbf{v} = (\cos\theta, \sin\theta)$.

□

3.2 Relazione fra gradiente e curve di livello

Esercizio 2
Siano date

$$f(x,y) = x^2 - 2x + \frac{y^2}{4} - y + 2, \qquad \gamma(t) = (1 + \cos t, 2 + 2\sin t),\ t \in \mathbb{R}.$$

(a) Calcolare $\dfrac{d}{dt}\{f(\gamma(t))\}$

(b) Calcolare e rappresentare ∇f nei punti di coordinate: $(-1,2)$, $(1,6)$, $(1,-2)$, $(3,2)$.

(c) Disegnare gli insiemi di livello $L_0(f)$, $L_1(f)$, $L_2(f)$.

□

3.3 Derivate seconde

Esercizio 3
Determinare il dominio e calcolare la matrice Hessiana della funzione di tre variabili

$$f(x,y,z) = z\ln(x^2 y).$$

□

3.4 Ottimizzazione libera

Esercizio 4
Classificare, attraverso lo studio della matrice Hessiana, i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = 3x^2 + y^2 - x^3 y.$$

$\square$