# 4 Ottimizzazione libera

## Esercizio 1

Sia data

$$f(x,y) = xe^{-\frac{x^2+y^2}{2}}.$$

- (a) Classificare i punti stazionari di f, attraverso lo studio della matrice Hessiana.
- (b) Specificare, studiando il  $\lim_{|(x,y)|\to+\infty}$ , se i punti di estremo trovati sono locali o globali.

# Esercizio 2

Classificare i punti stazionari e determinare eventuali punti di massimo e minimo assoluti su  $\mathbb{R}^2$  per la funzione

$$f(x,y) = x^8 + 2(x-y)^2.$$

# 5 Teorema della funzione implicita

#### Esercizio 3

Verificare che l'equazione

$$e^{x-y} + x^2 - y^2 - e(x+1) + 1 = 0$$

definisce implicitamente una funzione regolare y = g(x) in un intorno di x = 0, con g(0) = -1. Dimostrare che x = 0 è un punto di minimo locale stretto per g.

### Esercizio 4

Sia data la funzione  $F(x,y) = e^{xy-x} + \cos x - 2y + 2x$ . Sia g = g(x) la funzione definita implicitamente da F(x,g(x)) = 0 in un intorno di (0,1). Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di g in x = 0.