

Specificare una settimana per la prova orale:

4–8.02

11–14.02

18–21.02

25–28.02

ANALISI MATEMATICA 2

Prova scritta

01/02/2013

COGNOME e Nome

firma

Quando lo spazio lasciato a disposizione lo consente (Es. 1 e 2), riportare i passaggi salienti.

1. [5 pt] Trovare i punti di massimo e di minimo della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = 2x + y + 12, \quad \text{nell'insieme} \quad G = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3x^2 - xy + \frac{3}{4}y^2 \leq 4 \right\}.$$

2. [8 pt] Siano

- $Q := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \in [0, \pi/2], y \in [0, \pi/2], z = 0\}$,
- Σ la piramide avente base Q e vertice $P = (\pi/4, \pi/4, 1)$,
- $F(x, y, z) := (\sin(x+z)\sin(y), \cos(x+z)\cos(y), \log(|xy| + e))$,

- Calcolare il flusso di F uscente dalla superficie *totale* di Σ

- Calcolare il flusso del *rotore* di F uscente dalla superficie *totale* di Σ

- Calcolare il flusso del *rotore* di F attraverso Q , diretto verso l'alto.

3. [5 pt] Siano $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ e $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ le funzioni definite da

$$f(x, y, z) = (xy^3, (z+x)^2, 5xyz), \quad g(u, v, w) = (e^u \cos(v), \sin(e^w)).$$

Qual è la dimensione della matrice Jacobiana di $h = g \circ f$? Calcolarne la

prima colonna

4. [5 pt] Sia data la regione $R = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq 2\pi, \}$, il punto $P = \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}, \sqrt{2} + \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ e la superficie $\sigma : R \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\sigma(u, v) = ((2 + \cos v) \cos u, (2 + \cos v) \sin u, \sin v). \quad \text{Calcolare:}$$

• I parametri u_0, v_0 tali che $\sigma(u_0, v_0) = P$:

$$(u_0, v_0) =$$

• il piano tangente a σ nel punto P :

$$\Pi(u, v) =$$

5. [4 pt] Data la serie di potenze $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(x-2)^n}{n 3^n \log(n)}$, determinarne il raggio

di convergenza $R =$.

Detto I l'intervallo di convergenza, determinare l'insieme

$$I \cap (-\infty, 2] =$$

6. [3 pt] Domanda di teoria: enunciare il criterio di convergenza assoluta.