ANALISI MATEMATICA 2	Cognome e Nome
13/09/2019	

PARTE A

1. [5 pt] Data la serie di potenze $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(x-3)^{2n+1}}{4^n} \cdot \frac{2}{(2n)!}$, determinarne

   (a) l'insieme di convergenza $\boxed{\mathbb{R}}$ (b) la somma $f(x)$ $\boxed{2(x-3)\cosh\left(\frac{x-3}{2}\right)}$

2. [6 pt] Sia $f(x,y) = (x^2 - xy)e^y$.

   (a) Calcolare $\nabla f(1,0)$ $\boxed{(2,0)}$ (b) Indicare i punti stazionari di f $\boxed{A = (0,0) \quad B = (-1,-2)}$

   (c) Classificarli $\boxed{A: \text{sella} \quad B: \text{minimo relativo stretto}}$

3. [6 pt] Sia dato il campo $F(x,y) = \left(3xye^{x^2}, \frac{3}{2}e^{x^2} + \cos y - 2\right)$ e sia γ la curva parametrizzata da $\gamma : [0, 5\pi] \to \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t\cos(t), 2t)$. Calcolare, se esiste, un potenziale U tale che $\nabla U = F$ $\boxed{\frac{3}{2}ye^{x^2} + \sin y - 2y}$. Calcolare il lavoro $\int_\gamma F \cdot d\gamma =$ $\boxed{15\pi e^{25\pi^2} - 20\pi}$

4. [6 pt] Dati la superficie $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 = 3\}$ e il campo $F(x,y,z) = \left(z^2x, x^2y + \frac{y^3}{3}, x^2 + y^2\right)$, calcolare $\left|\iint_\Sigma F \cdot n \, dS\right| =$ $\boxed{2\pi\left(\frac{3^{5/2}}{5} + \frac{9}{4}\right)}$

5. [5 pt] Calcolare l'equazione del piano tangente alla superficie parametrica

$$\sigma : [0,\pi] \times [0,2\pi] \to \mathbb{R}^3, \qquad \sigma(t,\theta) = ((3+\cos t)\cos\theta, (3+\cos t)\sin\theta, t),$$

   nel punto $P = (0, 3, \frac{\pi}{2})$ $\boxed{y + z = 3 + \frac{\pi}{2}}$. Scrivere l'equazione di una curva γ che, ruotando attorno all'asse z, generi σ. $\gamma(t) =$ $\boxed{(3+\cos t, 0, t)}$

6. [6 pt] Data $f(x,y,z) = xy + 2yz + 3xz$, calcolare i valori del massimo e del minimo assoluti di f sull'insieme $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 12, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$

   $\boxed{108 \quad , \quad 0}$

PARTE B

7. [5 pt] Enunciare il teorema di Dini (o Teorema della funzione implicita) in $\mathbb{R}^2$

Ipotesi:	Tesi:

8. [6 pt] Per quali $a, b \in \mathbb{R}$ il campo $F(x,y,z) = (e^{ax}\cos y, 2e^{ax}\sin y + z^2 y, zy^b)$ è conservativo

$a = -\frac{1}{2}$ $\quad b = 2$

9. [6 pt] Per quali $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 + ye^{xy}}{(x^2+y^2)^a} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è continua in $(0,0)$? $\quad a < \frac{1}{2}$

è differenziabile in $(0,0)$? $\quad a \leq 0$

10. [6 pt] Sia $f_n : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ data da $f_n(x) = (\sin x)^n$. Allora, detta $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$

(a) la serie converge puntualmente su $[0, 2\pi]$ VERO ~~FALSO~~

(b) la serie converge totalmente su $[0, \pi/3]$ ~~VERO~~ FALSO

(c) la serie converge totalmente su $[0, \pi/2)$ VERO ~~FALSO~~

(d) esiste $\lim_{x \to \pi/2} f(x)$ ~~VERO~~ FALSO

(e) f è derivabile in $x = \pi/4$ e vale $f'(\pi/4) = \sum_{n=0}^{\infty} n \sin(\pi/4)^{n-1} \cos(\pi/4)$ ~~VERO~~ FALSO

(f) f è continua su $[0, \pi/2)$ ~~VERO~~ FALSO

11. [6 pt] Sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > -1, x^2 + y^2 \in (0,1]\}$. Determinare

$\text{int}(A) = \{ x^2 + y^2 \in]0,1[$

$\overline{A} \setminus A = \{(0,0)\} \cup \{(0,-1)\}$

$\partial A = \{(0,0)\} \cup \{x^2 + y^2 = 1\}$

12. [5 pt] Siano $g \in C^1(\mathbb{R}^2)$ e $f \in C^1(\mathbb{R})$. Allora $\frac{d}{dt} g(f(t), t^2)$ calcolata in $t = 2$ vale:

$\nabla g(f(2), 4) \cdot (f'(2), 4)$