ANALISI MATEMATICA 2	Cognome e Nome	firma
5/02/2018		

PARTE A

1. [7 pt] Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ determinare l'insieme di convergenza semplice della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n^\alpha \log\left(1+\frac{1}{n^3}\right)(x-2)^n$.

i) $\alpha < 2 \Rightarrow I = [1,3]$ ii) $2 \leq \alpha < 3 \Rightarrow I = [1,3[$ iii) $\alpha \geq 3 \Rightarrow I =]1,3[$

2. [7 pt] Determinare massimo e minimo assoluti di $f(x,y) = \dfrac{1}{x+y-1} + \arctan(x+y)$ nel compatto $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x+y \leq 0, \ y \geq -1, \ x \geq 0\}$.

MAX: -1 MIN: $-\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$

3. [6 pt] Sia dato il campo $F(x,y,z) = \left(\dfrac{z}{x+y} + x, \ \dfrac{z}{x+y}, \ \log(x+y)\right)$. Calcolare

(a) il lavoro di F lungo la curva $\gamma(t) = (2\cos(t), 2\sin(t), \pi)$, $t \in [0, \pi/2]$; -2

(b) il potenziale U tale che $U(0,1,1) = -2$ $U(x,y,z) = z\log(x+y) + \frac{x^2}{2} - 2$

4. [7 pt] Sia $D := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2+y^2 \leq 10, \ x < 0\}$. Calcolare, riportando i passaggi,

$$\iint_D xy^2\,dx\,dy = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} \int_1^{\sqrt{10}} (\rho\cos\vartheta)(\rho\sin\vartheta)^2 \rho\, d\rho\, d\vartheta = \left[\frac{\sin^3\vartheta}{3}\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} \cdot \left[\frac{\rho^5}{5}\right]_1^{\sqrt{10}} = -\frac{2}{15}\left(10^{\frac{5}{2}}-1\right)$$

5. [7 pt] Si consideri la regione

$$K = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 4 \leq z \leq 9, \ x^2+y^2 \leq z\}.$$

Calcolare, riportando i passaggi salienti, il flusso del campo $\mathbf{F}$ uscente da ∂K, dove $\mathbf{F}$ è

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (x+yz^2, \ x+y+z, \ x+z^2).$$

$$\iint_{\partial K} F\cdot n\, dS = \iiint_K 2+2z\, dx\,dy\,dz = \int_4^9 2\pi z + 2\pi z^2\, dz = \pi \cdot \frac{1525}{3}$$

PARTE B

6. [8 pt] Siano $U = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq (x+\pi)(2\pi - x)\}$, $V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > \sin(x)\}$. Barrare le 4 risposte giuste:

L'insieme U è:	A aperto	☒ B chiuso	C limitato	☒ D convesso
L'insieme V è:	☒ A aperto	B chiuso	C limitato	D convesso
L'insieme $U \cap V$ è:	A aperto	B chiuso	☒ C limitato	D convesso

(Nota: le risposte sbagliate non tolgono punti; non è consentito barrare più di 4 risposte.)

7. [5 pt] Enunciare il teorema di Green.

8. [5 pt] Siano date $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ e $g \in C^1(\mathbb{R}^2)$. Calcolare

$$\frac{\partial}{\partial z}\{f(x, g(x,z), z)\} = \partial_y f(x, g(x,z), z)\, \partial_z g(x,z) + \partial_z f(x, g(x,z), z)$$

9. [9 pt] Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x+y)^4}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

studiarne

(a) la continuità, continua in $\mathbb{R}^2$

(b) la derivabilità, derivabile in $\mathbb{R}^2$

(c) la differenziabilità. differenziabile in $\mathbb{R}^2$

10. [7 pt] Impostare (ma non calcolare) un integrale triplo per il calcolo del volume dell'insieme

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 - y^2 \leq 0,\ 1 \leq y \leq 2\}.$$

$$\iiint_D 1 \, dx\, dy\, dz = \int_1^2 \left(\iint_{\{x^2+z^2 \leq y^2\}} 1 \, dx\, dz \right) dy$$