

Scritto d'esame — 20 settembre 2002

1. Data la forma differenziale definita in  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  da

$$\omega(x, y) = \frac{-y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy.$$

Calcolare  $\int_{\gamma} \omega$  dove  $\gamma$  è la curva descritta dai punti  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = 1\}$  e percorsa per un giro in senso antiorario.

2. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \\ -1, & x \in \left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right], \end{cases}$$

prolungata per periodicità a tutto  $\mathbb{R}$ , determinare il coefficiente di Fourier  $a_3$  di  $f$  e calcolare la somma della serie di Fourier di  $f$  in  $x = \frac{\pi}{2}$ .