ANALISI 2 — 18/01/2023

1) $f = \rho^\alpha \ln(\rho^2 \cos^2\theta + \rho^4 \sin^4\theta)$

- $\forall \alpha > 0$ f continua.

Se $\alpha \in (0,1]$ $f(x,0) = |x|^\alpha \ln x^2$

che non è derivabile parzialmente per $x = 0$.

- Invece per $\alpha > 1$ si ha che $\forall (h,k) \in S^1$

$$\frac{f(th,tk) - f(0,0)}{t} = \frac{|t|^\alpha |h|^\alpha \ln(t^2h^2 + t^4k^4)}{t}$$

$= |t|^{\alpha-1} \operatorname{sign} t \cdot [\ldots]$ da cui tutte le derivate direzionali sono nulle.

- Per $\alpha > 1$ f è anche differenziabile. Infatti

$$\frac{f(x,y) - f(0,0) - \nabla f(0,0)(x,y)}{|(x,y)|} = \rho^\alpha \frac{\ln(\rho^2 c^2\theta + \rho^4 s^4\theta)}{\rho} \to 0$$

- Controllando la continuità delle derivate parziali in maniera diretta si verifica che per $\alpha > 1$ f è anche C^1.

2) Cerchiamo le $\cap$ni tra A e B

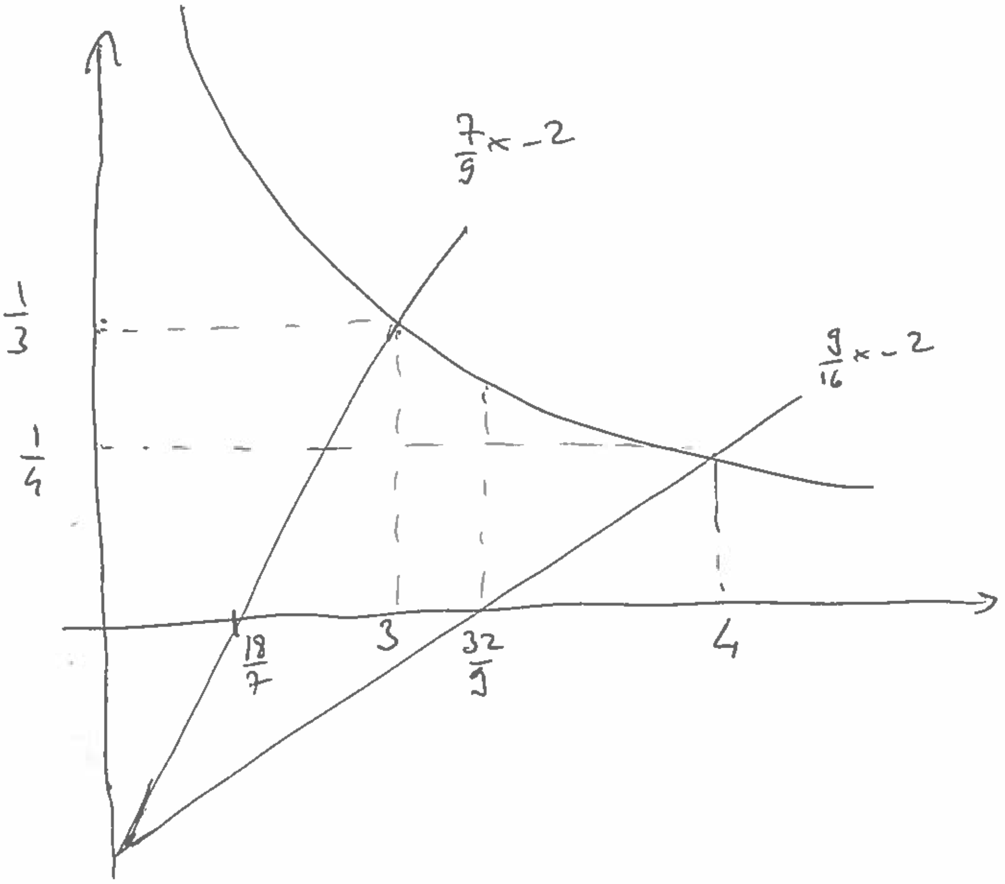
(1) $y = \frac{1}{x}$ $y = \frac{9}{16}x - 2$

$\frac{9}{16}x - 2 = \frac{1}{x}$ $9x^2 - 32x - 16 = 0$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{256 + 144}}{9} = 4, \ldots$$

(2)

Trovo $y = \frac{1}{x}$ $\quad y = \frac{7}{9}x - 2$ $\quad x = 3, \ldots$



$$\text{Area} = \frac{3}{7}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} + \int_3^4 \frac{1}{x}\,dx - \frac{4}{9}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}$$

$$= \left(\ln\frac{4}{3}\right) + \frac{1}{14} - \frac{1}{18}$$