Analisi Matematica 2	Cognome e Nome	Matricola
Prova scritta del 16 giugno 2022		

1. Si consideri il problema di Cauchy dato dall'equazione $y' = \dfrac{2t}{1+3y^2}$ con la condizione iniziale $y(1) = 0$. Calcolare $y(\sqrt{3})$

punti 3

2. Sia dato il campo vettoriale $F(x,y,z) = (x^2y - yg(x,z), -xy^2, yg(x,z))$. Si determini $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ (dove g dipende dunque solo da x e z) in modo tale che $\operatorname{div} F \equiv 0$ su tutto $\mathbb{R}^3$ e inoltre $g(x,0) = 6x + 1$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

punti 3

3. Dire per quali esponenti $\alpha > 0$ la funzione definita da $f(x,y) = \dfrac{3x^2 + xy^3}{(x^2+y^2)^{4\alpha}}$, per $(x,y) \neq (0,0)$, e da $f(0,0) = 0$ è continua ma non differenziabile in tutto $\mathbb{R}^2$

punti 3

4. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = \left(\frac{2x}{(1+x^2+y^2)^2} + 3(y-1) \right) \mathrm{d}x + \frac{2y}{(1+x^2+y^2)^2} \, \mathrm{d}y$$

lungo il bordo del quadrato $[-1,1] \times [-1,1]$ percorso una volta in senso **orario**

punti 3

5. Determinare il valore massimo e il valore minimo assoluti assunti dalla funzione $f(x,y) = xye^{2y}$ sul rettangolo $[-1,1] \times [-3,3]$

punti 3

- La prova è superata se il punteggio risulta maggiore o uguale a 8/15.
- **Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti**

Analisi Matematica 2	Cognome e Nome	Matricola
Prova scritta del 16 giugno 2022		

1. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = \left(\frac{2x}{(1+x^2+y^2)^2} + 6(y-1) \right) \, \mathrm{d}x + \frac{2y}{(1+x^2+y^2)^2} \, \mathrm{d}y$$

lungo il bordo del quadrato $[-1,1] \times [-1,1]$ percorso una volta in senso **orario**

punti 3

2. Si consideri il problema di Cauchy dato dall'equazione $y' = \dfrac{2t}{1+6y^2}$ con la condizione iniziale $y(1) = 0$. Calcolare $y(2)$

punti 3

3. Determinare il valore massimo e il valore minimo assoluti assunti dalla funzione $f(x,y) = xye^{2y}$ sul rettangolo $[-1,1] \times [-5,5]$

punti 3

4. Dire per quali esponenti $\alpha > 0$ la funzione definita da $f(x,y) = \dfrac{3x^2 + xy^3}{(x^2+y^2)^{3\alpha}}$, per $(x,y) \neq (0,0)$, e da $f(0,0) = 0$ è continua ma non differenziabile in tutto $\mathbb{R}^2$

punti 3

5. Sia dato il campo vettoriale $F(x,y,z) = (x^2y - yg(x,z), -xy^2, yg(x,z))$. Si determini $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ (dove g dipende dunque solo da x e z) in modo tale che $\operatorname{div} F \equiv 0$ su tutto $\mathbb{R}^3$ e inoltre $g(x,0) = 3x + 2$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

punti 3

- La prova è superata se il punteggio risulta maggiore o uguale a 8/15.
- **Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti**

Analisi Matematica 2 Prova scritta del 16 giugno 2022	Cognome e Nome Matricola

1. Dire per quali esponenti $\alpha > 0$ la funzione definita da $f(x,y) = \dfrac{3x^2 + xy^3}{(x^2+y^2)^{2\alpha}}$,
per $(x,y) \neq (0,0)$, e da $f(0,0) = 0$ è continua
ma non differenziabile in tutto $\mathbb{R}^2$

punti 3

2. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = \left(\frac{2x}{(1+x^2+y^2)^2} + 2(y-1) \right) \mathrm{d}x + \frac{2y}{(1+x^2+y^2)^2} \mathrm{d}y$$

lungo il bordo del quadrato $[-1,1] \times [-1,1]$ percorso una volta
in senso **orario**

punti 3

3. Sia dato il campo vettoriale $F(x,y,z) = (x^2y - yg(x,z), -xy^2, yg(x,z))$. Si determini
$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ (dove g dipende dunque solo da x e z) in modo tale che $\operatorname{div} F \equiv 0$ su tutto $\mathbb{R}^3$
e inoltre $g(x,0) = 4x + 3$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

punti 3

4. Determinare il valore massimo e il valore minimo assoluti assunti dalla funzione $f(x,y) = xye^{2y}$
sul rettangolo $[-1,1] \times [-6,6]$

punti 3

5. Si consideri il problema di Cauchy dato dall'equazione $y' = \dfrac{2t}{1+3y^2}$ con la condizione
iniziale $y(1) = 0$. Calcolare $y(\sqrt{10})$

punti 3

- La prova è superata se il punteggio risulta maggiore o uguale a 8/15.
- **Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti**

Analisi Matematica 2 Prova scritta del 16 giugno 2022	Cognome e Nome Matricola

1. Determinare il valore massimo e il valore minimo assoluti assunti dalla funzione $f(x,y) = xye^{2y}$ sul rettangolo $[-1,1] \times [-4,4]$

punti 3

2. Dire per quali esponenti $\alpha > 0$ la funzione definita da $f(x,y) = \dfrac{3x^2 + xy^3}{(x^2+y^2)^{5\alpha}}$, per $(x,y) \neq (0,0)$, e da $f(0,0) = 0$ è continua ma non differenziabile in tutto $\mathbb{R}^2$

punti 3

3. Si consideri il problema di Cauchy dato dall'equazione $y' = \dfrac{2t}{1+9y^2}$ con la condizione iniziale $y(1) = 0$. Calcolare $y(\sqrt{5})$

punti 3

4. Sia dato il campo vettoriale $F(x,y,z) = (x^2y - yg(x,z), -xy^2, yg(x,z))$. Si determini $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ (dove g dipende dunque solo da x e z) in modo tale che $\operatorname{div} F \equiv 0$ su tutto $\mathbb{R}^3$ e inoltre $g(x,0) = 2x + 3$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

punti 3

5. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = \left(\frac{2x}{(1+x^2+y^2)^2} + 4(y-1) \right) \mathrm{d}x + \frac{2y}{(1+x^2+y^2)^2} \, \mathrm{d}y$$

lungo il bordo del quadrato $[-1,1] \times [-1,1]$ percorso una volta in senso **orario**

punti 3

- La prova è superata se il punteggio risulta maggiore o uguale a 8/15.
- **Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti**

Analisi Matematica 2 Prova scritta del 16 giugno 2022	Cognome e Nome Matricola

1. Sia dato il campo vettoriale $F(x,y,z) = (x^2y - yg(x,z), -xy^2, yg(x,z))$. Si determini $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ (dove g dipende dunque solo da x e z) in modo tale che $\operatorname{div} F \equiv 0$ su tutto $\mathbb{R}^3$ e inoltre $g(x,0) = 4x + 2$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

punti 3

2. Determinare il valore massimo e il valore minimo assoluti assunti dalla funzione $f(x,y) = xye^{2y}$ sul rettangolo $[-1,1] \times [-7,7]$

punti 3

3. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = \left(\frac{2x}{(1+x^2+y^2)^2} + 8(y-1)\right) \mathrm{d}x + \frac{2y}{(1+x^2+y^2)^2} \mathrm{d}y$$

lungo il bordo del quadrato $[-1,1] \times [-1,1]$ percorso una volta in senso **orario**

punti 3

4. Si consideri il problema di Cauchy dato dall'equazione $y' = \dfrac{2t}{1+12y^2}$ con la condizione iniziale $y(1) = 0$. Calcolare $y(\sqrt{6})$

punti 3

5. Dire per quali esponenti $\alpha > 0$ la funzione definita da $f(x,y) = \dfrac{3x^2 + xy^3}{(x^2+y^2)^{6\alpha}}$, per $(x,y) \neq (0,0)$, e da $f(0,0) = 0$ è continua ma non differenziabile in tutto $\mathbb{R}^2$

punti 3

- La prova è superata se il punteggio risulta maggiore o uguale a 8/15.
- **Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti**