1)

Analisi Matematica 2 Prova scritta del 18 gennaio 2023	Cognome e Nome	Matricola

1. Si consideri il problema di Cauchy dato dall'equazione $y' = -\frac{9t}{y}$ con la condizione iniziale $y(0) = 1$. Determinare qual è il più grande intervallo di $\mathbb{R}$ su cui è possibile dar senso alla soluzione y $\boxed{\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)}$ punti 3

2. Sia dato il campo vettoriale $F(x,y) = (6xy^4 + 3x^3y^2, x^2y^3 + 6x^4y + 6y)$. Si calcoli $\int_C F \cdot \mathbf{n}\, ds$, dove C rappresenta la circonferenza unitaria e $\mathbf{n}(x,y) = (x,y)$, $(x,y) \in C$, è il versore normale uscente dal cerchio unitario $\boxed{8\pi}$ punti 3

3. Determinare per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ esiste il $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4x^2 + \lambda y^2}{\sin(6x^2 + 12y^2)}$ $\boxed{8}$ punti 3

4. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = \frac{-y}{\pi(x^2+y^2)}\, dx + \frac{x}{\pi(x^2+y^2)}\, dy$$

lungo il circuito C costituito dalla somma della porzione di spirale $\rho = e^\theta$, $\theta \in [-2\pi, 8\pi]$, percorsa in senso *antiorario*, e del segmento congiungente i punti $(e^{-2\pi}, 0)$ e $(e^{8\pi}, 0)$, percorso *da destra verso sinistra* $\boxed{10}$ punti 3

5. Sia data la funzione $f(x,y) = x^5y^5 \ln(xy)$ sul quadrato $Q = [0, e^{1/5}] \times [0, e^{1/5}]$ (si intende che, sugli assi cartesiani, f è posta uguale a 0 per continuità). Determinare il valore massimo e il valore minimo assoluti assunti da f su Q $\boxed{(2/5)\,e^2}$ $\boxed{-1/5e}$ punti 3

- La prova è superata se il punteggio risulta maggiore o uguale a 8/15.
- **Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti**

2)

Analisi Matematica 2	Cognome e Nome	Matricola
Prova scritta del 18 gennaio 2023		

1. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = \frac{-y}{\pi(x^2+y^2)}\,dx + \frac{x}{\pi(x^2+y^2)}\,dy$$

lungo il circuito C costituito dalla somma della porzione di spirale $\rho = e^{\theta}$, $\theta \in [-2\pi, 6\pi]$, percorsa in senso *antiorario*, e del segmento congiungente i punti $(e^{-2\pi}, 0)$ e $(e^{6\pi}, 0)$, percorso *da destra verso sinistra* $\boxed{8}$ punti 3

2. Si consideri il problema di Cauchy dato dall'equazione $y' = -\dfrac{16t}{y}$ con la condizione iniziale $y(0) = 1$. Determinare qual è il più grande intervallo di $\mathbb{R}$ su cui è possibile dar senso alla soluzione y $\boxed{\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)}$ punti 3

3. Sia data la funzione $f(x,y) = x^4y^4\ln(xy)$ sul quadrato $Q = [0, e^{1/4}] \times [0, e^{1/4}]$ (si intende che, sugli assi cartesiani, f è posta uguale a 0 per continuità). Determinare il valore massimo e il valore minimo assoluti assunti da f su Q $\boxed{e^2/2}$ $\boxed{-1/4e}$ punti 3

4. Determinare per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ esiste il $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{3x^2+\lambda y^2}{\sin(6x^2+12y^2)}$ $\boxed{6}$ punti 3

5. Sia dato il campo vettoriale $F(x,y) = (6xy^4 + 3x^3y^2, x^2y^3 + 6x^4y + 12y)$. Si calcoli $\int_C F \cdot \mathbf{n}\, ds$, dove C rappresenta la circonferenza unitaria e $\mathbf{n}(x,y) = (x,y)$, $(x,y) \in C$, è il versore normale uscente dal cerchio unitario $\boxed{14\pi}$ punti 3

- La prova è superata se il punteggio risulta maggiore o uguale a 8/15.
- **Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti**