

EQUAZIONI DIFFERENZIALI E SISTEMI DINAMICI

Prova scritta del 21 febbraio 2005

Esercizio 1. Fare uno studio qualitativo della seguente equazione differenziale

$$y' = t - y^2.$$

Suggerimento: una volta determinato il luogo Z degli zeri di y'' può essere utile stimare il valore di $y'(t)$ nei tempi t tali che $(t, y(t)) \in Z$.

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente di classe C^1 . Si consideri il sistema dinamico associato all'equazione

$$x'' + f(x) = 0.$$

Si chiede se è possibile che tale sistema ammetta punti di equilibrio instabile.

Facoltativo. Si risponda alla precedente domanda supponendo che f sia non decrescente (anziché strettamente crescente).