# EQUAZIONI DIFFERENZIALI E SISTEMI DINAMICI

Prova scritta del 21 febbraio 2005

**Esercizio 1.** Fare uno studio qualitativo della seguente equazione differenziale

$$y' = t - y^2.$$

*Suggerimento:* una volta determinato il luogo $Z$ degli zeri di $y''$ può essere utile stimare il valore di $y'(t)$ nei tempi $t$ tali che $(t, y(t)) \in Z$.

**Esercizio 2.** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente di classe $C^1$. Si consideri il sistema dinamico associato all'equazione

$$x'' + f(x) = 0.$$

Si chiede se è possibile che tale sistema ammetta punti di equilibrio instabile.

*Facoltativo.* Si risponda alla precedente domanda supponendo che $f$ sia non decrescente (anziché strettamente crescente).