

## Ancora sulle funzioni

1) Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\log_{10}(3x + 1) \leq -1$
- $\sqrt{4 - x^2} \geq x$

2) Determinare il dominio naturale di definizione delle seguenti funzioni:

- $f(x) = \sqrt{\ln(2x + 1)}$
- $f(x) = \ln(\ln x)$
- $f(x) = \ln(|x^2 - 1|)$

3) Scrivere l'espressione di  $f \circ g$  e determinarne il dominio naturale di definizione per le seguenti scelte di  $f$  e di  $g$ :

- $f(x) = e^{x+1}, \quad g(x) = \sqrt{x-2}$
- $f(x) = 2x^2 + 3x + 1, \quad g(x) = \ln x$
- $f(x) = \frac{1}{x-3}, \quad g(x) = x^2 - 1$

4) Determinare il dominio naturale di definizione delle seguenti funzioni:

- $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin(\pi x)}$
- $f(x) = \sqrt[4]{\sin x}$
- $f(x) = \arcsin(3x + 1)$

5) Disegnare il grafico delle seguenti funzioni:

- $f(x) = |\tan x|$
- $f(x) = ||\ln x| - 2|$
- $f(x) = \ln|x| - 1$
- $f(x) = \ln(|x| + 1)$
- $f(x) = x^{\frac{4}{7}}$
- $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$

6) Usando la definizione delle funzioni  $\sinh x$  e  $\cosh x$ , dimostrare che

$$\sinh(2x) = 2 \sinh x \cosh x \quad \text{per ogni } x \in \mathbb{R}.$$

- 7) Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = |x^2 - 2|.$$

Determinare graficamente quante sono le soluzioni  $x$  dell'equazione

$$|x^2 - 2| = \lambda$$

al variare del parametro  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

- 8) Dimostrare che la funzione  $f(x) = \sin(\pi x)$  è periodica di periodo 2. Come va modificata  $f$  per avere delle oscillazioni di ampiezza  $\frac{3}{2}$ ? Come va modificata  $f$  per avere 2 oscillazioni complete nell'intervallo  $[0, 2]$  invece di una sola?

- 9) Scrivere l'espressione di  $f \circ g$  dove

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \geq 0, \\ 1 & \text{per } x < 0, \end{cases} \quad g(x) = \cos x.$$

Disegnare il grafico di  $f \circ g$ . Stabilire se  $f \circ g$  è una funzione periodica e in caso positivo, determinarne il periodo minimo.

- 10) Stabilire se la funzione

$$f(x) = \sin(5x + 1) + \cos(x - 2)$$

è una funzione periodica e in caso positivo, determinarne il periodo minimo.