

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettronica e Informatica, a.a. 2019–20
Analisi Matematica 2 (M.G. Mora, M. Zanella)

Programma dettagliato del corso

Oltre al programma indicato dettagliatamente nel seguito, per il superamento dell'esame è ritenuta irrinunciabile la conoscenza dei necessari prerequisiti, in particolare dei contenuti dei corsi di Analisi Matematica 1 e di Geometria e Algebra richiamati espressamente dal programma di Analisi Matematica 2.

Per comodità degli studenti, nel seguito si riporta il riferimento al libro di testo consigliato (M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, *Analisi Matematica 2*, Zanichelli, Bologna, 2009).

Serie di funzioni e di potenze. (Capitolo 7, Paragrafi 1, 2). Definizione di serie di funzioni. Convergenza puntuale e totale. Teorema di continuità della somma (con dimostrazione). Teorema di derivabilità termine a termine. Teorema di integrabilità termine a termine. Serie di potenze; centro e coefficienti della serie; raggio di convergenza. Criterio della radice (con dimostrazione) e criterio del rapporto. Proprietà delle serie di potenze. Teorema di Abel. Serie di MacLaurin, serie di Taylor, funzioni analitiche. Sviluppi notevoli di e^x ; $\sin x$; $\cos x$; $\arctan x$; $\log(1+x)$; $\sinh x$; $\cosh x$. Serie binomiale. Espressione dei coefficienti di una serie di potenze in funzione della somma (con dimostrazione).

Curve in $\mathbb{R}^N$. (Capitolo 2, Paragrafi 1–5). Arco di curva continua, sostegno della curva; curva semplice, chiusa. Parametizzazioni di un segmento, di una circonferenza, di un'ellisse; curva grafico di una funzione, curva in $\mathbb{R}^2$ in forma polare. Curva regolare, regolare a tratti. Vettore tangente. Lunghezza di una curva rettificabile. Curve equivalenti e cambiamenti di parametrizzazione. Ascissa curvilinea. Integrale curvilineo di prima specie e suo significato geometrico e fisico. Invarianza dell'integrale di prima specie per parametrizzazioni equivalenti e cambio di orientamento (con dimostrazione). Massa, baricentro, momento d'inerzia.

Funzioni di più variabili. (Capitolo 3, Paragrafi 1–3). Funzione reale di N variabili reali. Dominio; grafico; insieme di livello. Intorno sferico di un punto in $\mathbb{R}^N$. Definizione di limite finito e infinito. Continuità di funzioni di N variabili. Teorema di permanenza del segno. Punto interno, esterno, di frontiera. Insieme aperto, chiuso, limitato, connesso. Intorno di un punto. Proprietà degli insiemi aperti e degli insiemi chiusi (con dimostrazione). La controimmagine di un aperto mediante una funzione continua è aperto (con dimostrazione). Caratterizzazione dei chiusi per successioni (con dimostrazione). Interno, bordo, chiusura di un insieme. Teorema di Weierstrass. Teorema degli zeri (con dimostrazione).

Calcolo differenziale per funzioni scalari. (Capitolo 3, Paragrafi 4–6). Derivate parziali. Gradiente. Differenziabilità in un punto. La differenziabilità implica la derivabilità e la continuità (con dimostrazione). Iperpiano tangente. Differenziale. Teorema del differenziale totale (condizione sufficiente per la differenziabilità).

Classe $C^1(A)$, con A aperto di R^N . Derivata direzionale. Formula del gradiente (con dimostrazione). Teorema di derivazione delle funzioni composte. Ortogonalità del gradiente rispetto alle superfici di livello. Teorema del valor medio di Lagrange (con dimostrazione). Derivate parziali di ordine superiore. Teorema di Schwarz. Matrice Hessiana. Differenziale secondo. Classe $C^2(A)$. Formula di Taylor del secondo ordine con resto in forma di Lagrange e in forma di Peano (con dimostrazione). Ottimizzazione: definizione di punto di massimo (minimo) locale/assoluto/stretto; punto critico. Teorema di Fermat (con dimostrazione). Forma quadratica definita positiva, negativa; forma quadratica semidefinita positiva, negativa; forma quadratica indefinita. Criterio degli autovalori. Criterio dei minori incapsulati. Punto di sella. Classificazione dei punti critici tramite la matrice Hessiana (con dimostrazione).

Funzioni vettoriali. (Capitolo 4, Paragrafi 1, 2). Limiti, continuità e differenziabilità di una funzione vettoriale di N variabili reali. Matrice Jacobiana. Differenziale. Teorema di derivazione delle funzioni composte. Trasformazioni di coordinate in R^N .

Superfici in R^3 . (Capitolo 4, Paragrafi 1, 3). Definizione di superficie. Linee coordinate. Superficie regolare, punti singolari. Piano tangente. Versore normale. Superficie cartesiana. Superficie di rotazione.

Applicazioni del calcolo differenziale. (Capitolo 3, Paragrafo 8; Capitolo 4, Paragrafi 6.1, 6.2). Funzioni implicite – Teorema di Dini, esistenza e continuità della funzione implicita. Derivabilità della funzione implicita (con dimostrazione). Estensione a più variabili. Teorema di Dini per sistemi. Estremi vincolati. Definizione di punto di estremo vincolato. Metodo parametrico (vincolo esplicitabile). Metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Condizione necessaria (con dimostrazione). Funzione Lagrangiana. Moltiplicatori di Lagrange nel caso di M vincoli.

Calcolo integrale in più variabili. (Capitolo 5, Paragrafi 1–3; Capitolo 6, Paragrafo 3). Somme di Cauchy-Riemann di una funzione limitata in un rettangolo. Funzione integrabile secondo Riemann in un rettangolo. Integrale doppio e suo significato geometrico. Formule di riduzione su rettangoli, con dimostrazione per funzioni continue. Esempio di funzione non integrabile. Definizione di funzione integrabile in un insieme limitato. Insieme y -semplice, x -semplice, regolare. Insieme misurabile e sua misura. Teorema di integrabilità delle funzioni continue (con dimostrazione). Baricentro in 2D e volume dei solidi di rotazione. Formule di riduzione su insiemi semplici e significato geometrico. Proprietà dell'integrale doppio. Cambio di variabili negli integrali doppi. Coordinate polari. Costruzione dell'integrale triplo. Insieme misurabile e sua misura. Integrazione per fili e integrazione per strati. Cambi di variabili negli integrali tripli. Coordinate sferiche e coordinate cilindriche. Area di una superficie semplice e regolare. Area di una superficie di rotazione. Integrale di superficie. Misura della sfera unitaria in dimensione arbitraria.

Campi vettoriali. (Capitolo 6). Campo vettoriale. Operatori differenziali: gradiente, rotore, divergenza e laplaciano e loro significato fisico. Differenziabilità. Campo irrotazionale. Campo solenoidale. Integrale di linea di un campo vettoriale.

Lavoro e circuitazione. Campi conservativi e loro proprietà. Potenziale. Formula del lavoro per un campo conservativo con dimostrazione. Legame tra irrotazionalità e conservatività. Dimostrazione che un campo conservativo è irrotazionale. Insiemi semplicemente connessi. Formula di Green (con dimostrazione). Superfici orientabili. Superfici regolari a pezzi. Flusso di un campo vettoriale. Bordo di una superficie orientabile e sua orientazione. Teorema della divergenza in $\mathbb{R}^3$ (con dimostrazione). Teorema del rotore.