

nome e cognome:

matricola

GALENO ○ IPPOCRATE ○

VECCHI ORDINAMENTI ○

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.**Nota:** non approssimare logaritmi ed esponenziali, ma svolgere i calcoli usandone le proprietà.

Esercizio 1. (Punti 3) Sono date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente: S_1 concentrata al 7.5% e S_2 concentrata al 5%. Determinare in quali percentuali occorre mescolare S_1 e S_2 per ottenere una nuova soluzione concentrata al 7%.*percentuale di S_1 : 80%**percentuale di S_2 : 20%*

Esercizio 2. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-k} & \text{se } x \leq 0, \\ x^2 + 2x + 1 & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

- Determinare per quale valore di k la funzione f è continua nel punto $x = 0$.

$$k = 0$$

- Per tale valore di k la funzione f è derivabile nel punto $x = 0$?

risposta: no

- Per il valore di k per cui la funzione è continua, trovare i punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[-5, 5]$, specificandone l'ascissa e l'ordinata.

*punti di massimo assoluto: (5, 36)**punti di minimo assoluto: $(-5, e^{-5})$*

Esercizio 3. (Punti 5) Si vuole stimare il valore medio μ del carattere di una popolazione. Su un campione di $n = 225$ individui risultano una media $\bar{x} = 30$ e una deviazione standard campionaria $s = 120$. Trovare l'intervallo di confidenza al 99% e al 31% per la media μ , usando la tabella allegata.

$$\text{intervallo di confidenza al 99\%} = [9.2, 50.8]$$

$$\text{intervallo di confidenza al 31\%} = [26.8, 33.2]$$

Come cambia la stima se gli stessi dati \bar{x} e s sono ottenuti da un campione di 400 individui?

$$\text{intervallo di confidenza al 99\%} = [14.4, 45.6]$$

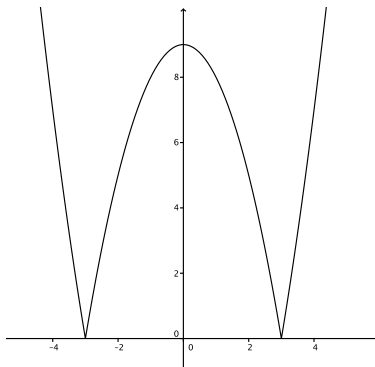
$$\text{intervallo di confidenza al 31\%} = [27.6, 32.4]$$

Esercizio 4. (Punti 7) Sono date le funzioni $f(x) = \frac{e^{2x-3}}{x}$ e $g(x) = -x^2 + 9$. Determinare:

- il campo di esistenza di f : $x \neq 0$
- la derivata di f : $f'(x) = \frac{e^{2x-3}(2x-1)}{x^2}$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$: $y = \frac{3e}{4}x - e$
- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \frac{e^{-2x^2+15}}{9-x^2}$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $x \neq 3$ e $x \neq -3$

Disegnare il grafico della funzione $|g(x)|$.

grafico:



Esercizio 5. (Punti 6) Un isotopo radioattivo ha un tempo di dimezzamento di 520 anni.

- Dopo quanto tempo si sarà ridotto al 15%?

risposta: $520 \cdot \log_2 \frac{100}{15}$ anni

- Dopo quanto tempo si sarà ridotto del 15%?

risposta: $520 \cdot \log_2 \frac{100}{85}$ anni

Un'altra sostanza radioattiva dopo 520 anni è ridotta al 15%. Qual è il suo tempo di dimezzamento?

risposta: $\frac{520}{\log_2 \frac{100}{15}}$ anni

Area sotto la curva normale standardizzata

| valori di u | Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$ | Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$ | Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$ |
|---------------|--|--|--|
| 0 | 0 | 1 | 0,5 |
| 0,2 | 0,1586 | 0,8414 | 0,4207 |
| 0,4 | 0,3108 | 0,6892 | 0,3446 |
| 0,6 | 0,4514 | 0,5486 | 0,2743 |
| 0,8 | 0,5762 | 0,4238 | 0,2119 |
| 1 | 0,6826 | 0,3174 | 0,1587 |
| 1,2 | 0,7698 | 0,2302 | 0,1151 |
| 1,4 | 0,8384 | 0,1616 | 0,0808 |
| 1,6 | 0,8904 | 0,1096 | 0,0548 |
| 1,8 | 0,9282 | 0,0718 | 0,0359 |
| 2 | 0,9544 | 0,0456 | 0,0228 |
| 2,2 | 0,9722 | 0,0278 | 0,0139 |
| 2,4 | 0,9836 | 0,0164 | 0,0082 |
| 2,6 | 0,9906 | 0,0094 | 0,0047 |
| 2,8 | 0,9950 | 0,0050 | 0,0025 |
| 3 | 0,9974 | 0,0026 | 0,0013 |
| 3,2 | 0,9986 | 0,0014 | 0,0007 |