nome e cognome: matricola

GALENO ◯ IPPOCRATE ◯ VECCHI ORDINAMENTI ◯

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Nota: non approssimare logaritmi ed esponenziali, ma svolgere i calcoli usandone le proprietà.

Esercizio 1. (Punti 6) Un isotopo radioattivo ha un tempo di dimezzamento di 2 giorni.

- Dopo quanto tempo si sarà ridotto del 12%?

  risposta: $2 \cdot \log_2 \frac{100}{88}$ giorni

- Dopo quanto tempo si sarà ridotto al 12%?

  risposta: $2 \cdot \log_2 \frac{100}{12}$ giorni

Un'altra sostanza radioattiva dopo 2 giorni è ridotta al 12%. Qual è il suo tempo di dimezzamento?

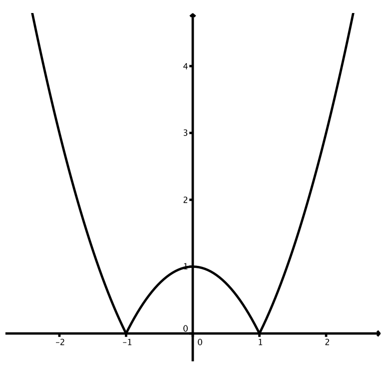
risposta: $\frac{2}{\log_2 \frac{100}{12}}$ giorni

Esercizio 2. (Punti 7) Sono date le funzioni $f(x) = \dfrac{e^{x-1}}{2x}$ e $g(x) = x^2 - 1$. Determinare:

- il campo di esistenza di f: $x \neq 0$
- la derivata di f: $f'(x) = \frac{e^{x-1}(x-1)}{2x^2}$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$: $y = \frac{e}{8}x$
- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \frac{e^{x^2-2}}{2(x^2-1)}$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $x \neq 1$ e $x \neq -1$

Disegnare il grafico della funzione $|g(x)|$.

grafico:



Esercizio 3. (Punti 3) Sono date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente: S_1 concentrata al 20% e S_2 concentrata al 10%. Determinare in quali percentuali occorre mescolare S_1 e S_2 per ottenere una nuova soluzione concentrata al 12%.

percentuale di S_1: 20% *percentuale di S_2:* 80%

Esercizio 4. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & \text{se } x \leq 3, \\ \ln(x^2 - k + 1) & \text{se } x > 3. \end{cases}$$

- Determinare per quale valore di k la funzione f è continua nel punto $x = 3$.

  $k =$ 9

- Per tale valore di k la funzione f è derivabile nel punto $x = 3$?

  risposta: no

- Per il valore di k per cui la funzione è continua, trovare i punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[-4, 4]$, specificandone l'ascissa e l'ordinata.

  punti di massimo assoluto: $(-4, 42)$

  punti di minimo assoluto: $(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4})$

Esercizio 5. (Punti 5) Si vuole stimare il valore medio μ del carattere di una popolazione. Su un campione di $n = 81$ individui risultano una media $\overline{x} = 120$ e una deviazione standard campionaria $s = 22.5$. Trovare l'intervallo di confidenza al 95% e al 45% per la media μ, usando la tabella allegata.

intervallo di confidenza al $95\% = [115, 125]$

intervallo di confidenza al $45\% = [118.5, 121.5]$

Come cambia la stima se gli stessi dati $\overline{x}$ e s sono ottenuti da un campione di 100 individui?

intervallo di confidenza al $95\% = [115.5, 124.5]$

intervallo di confidenza al $45\% = [118.65, 121.35]$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007