Matematica con Elementi di Statistica - Farmacia - Pavia 28.6.2013

---

nome e cognome: matricola

GALENO ◯ IPPOCRATE ◯ VECCHI ORDINAMENTI ◯

---

**Esercizio 1. (Punti 7)** Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(3 - x^2).$$

- Determinare il campo di esistenza di $f$ e calcolarne la derivata.

  *campo di esistenza:* $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

  *derivata:* $f'(x) = \dfrac{-2x}{3 - x^2}$

- Studiare la monotonia di $f$ e determinare ascissa e ordinata degli eventuali punti di massimo e minimo relativo di $f$ (lasciare i logaritmi indicati, cioè non calcolarli).

  *crescente in:* $(-\sqrt{3}, 0)$

  *decrescente in:* $(0, \sqrt{3})$

  *punti di minimo relativo:* nessuno

  *punti di massimo relativo:* $x = 0$, $y = \ln 3$

- Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di $f$ nel punto $x = 1$.

  *equazione della retta:* $y = -(x - 1) + \ln 2$

---

**Esercizio 2. (Punti 4)** Si dispone di una soluzione $\mathcal{S}_1$ concentrata al 20% e di una soluzione $\mathcal{S}_2$ (dello stesso soluto nello stesso solvente) concentrata al 10%. Determinare la concentrazione di una soluzione $\mathcal{S}_3$ composta dal 30% di $\mathcal{S}_1$ e dal 70% di $\mathcal{S}_2$.

*concentrazione della soluzione* $\mathcal{S}_3 = 13\%$

---

**Esercizio 3. (Punti 6)** Un'indagine compiuta sul peso di $n = 500$ bambini iscritti alla prima elementare ha prodotto i seguenti risultati raggruppati in 5 *classi*, dove sulla prima colonna è riportato l'intervallo di peso in Kg e sulla seconda il numero di bambini che ha peso in quell'intervallo.

| *classe* | $f_i$ |
|---|---|
| 18 − 20 | 20 |
| 20 − 22 | 80 |
| 22 − 24 | 200 |
| 24 − 26 | 150 |
| 26 − 28 | 50 |
| | 500 |

Supponiamo che i dati siano uniformemente distribuiti all'interno delle classi.

- Calcolare la media dei pesi in Kg arrotondata alla prima cifra decimale.
- Calcolare la mediana dei pesi in Kg arrotondata alla prima cifra decimale, usando l'ogiva delle frequenze.

  *media* $= 23.5\,\mathrm{Kg}$ *mediana* $= 23.5\,\mathrm{Kg}$

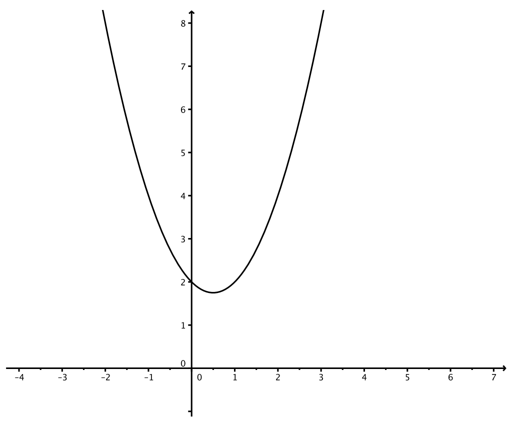
**Esercizio 4. (Punti 4)** Sapendo che una certa famiglia di dati segue una distribuzione gaussiana di media $\mu = 5$ e deviazione standard $\sigma = 2$, determinare:

- la percentuale di dati che cadono fuori dall'intervallo $[4.2\,,\,5.8]$: 68.92%
- la percentuale di dati che cadono nell'intervallo $[1.4\,,\,8.6]$: 92.82%
- la percentuale di dati maggiori di 7: 15.87%

**Esercizio 5. (Punti 7)** Sono date le due funzioni $f_1(x) = \ln(x^2 - x + 2)$ e $f_2(x) = e^{x+2}$.

- Calcolare la funzione composta $f_2(f_1(x)) = e^2(x^2 - x + 2)$
- Dopo aver svolto i conti osservare che si tratta di una funzione polinomiale di secondo grado e disegnarne il grafico.

  *grafico:*




- Mostrare che la funzione $f_2$ è invertibile se la si considera come funzione da $\mathbb{R}$ a valori in $(0, +\infty)$ e scrivere una forma esplicita della funzione inversa.

  *$f_2$ è invertibile perché:* è strettamente monotona (quindi iniettiva) e suriettiva
  *funzione inversa* $x = f_2^{-1}(y) = \ln y - 2$

*Area sotto la curva normale standardizzata*

| valori di $u$ | Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$ | Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$ | Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$ |
|---|---|---|---|
| $0$ | $0$ | $1$ | $0,5$ |
| $0,2$ | $0,1586$ | $0,8414$ | $0,4207$ |
| $0,4$ | $0,3108$ | $0,6892$ | $0,3446$ |
| $0,6$ | $0,4514$ | $0,5486$ | $0,2743$ |
| $0,8$ | $0,5762$ | $0,4238$ | $0,2119$ |
| $1$ | $0,6826$ | $0,3174$ | $0,1587$ |
| $1,2$ | $0,7698$ | $0,2302$ | $0,1151$ |
| $1,4$ | $0,8384$ | $0,1616$ | $0,0808$ |
| $1,6$ | $0,8904$ | $0,1096$ | $0,0548$ |
| $1,8$ | $0,9282$ | $0,0718$ | $0,0359$ |
| $2$ | $0,9544$ | $0,0456$ | $0,0228$ |
| $2,2$ | $0,9722$ | $0,0278$ | $0,0139$ |
| $2,4$ | $0,9836$ | $0,0164$ | $0,0082$ |
| $2,6$ | $0,9906$ | $0,0094$ | $0,0047$ |
| $2,8$ | $0,9950$ | $0,0050$ | $0,0025$ |
| $3$ | $0,9974$ | $0,0026$ | $0,0013$ |
| $3,2$ | $0,9986$ | $0,0014$ | $0,0007$ |